

SCAFFOLDING A ROZŠÍŘENÁ REALITA AKO DIDAKTICKÉ PODPORNÉ PROSTRIEDKY PRI POROZUMENÍ MATEMATICKÝCH KONCEPTOV

Mária KULHOVÁ, Alena PRÍDAVKOVÁ

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovenská republika)

maria.kulhova@smail.unipo.sk, alena.pridavkova@unipo.sk

Abstrakt

V článku sú prezentované čiastkové výstupy výskumu orientovaného na analýzu a tvorbu návrhu didaktického prístupu k rozvoju porozumenia konceptu elementárnej matematiky, konkrétne rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Za podporné prostriedky boli zvolené pedagogická stratégia scaffolding a práca s nástrojmi využívajúcimi technológiu rozšírenej reality (Augmented Reality - AR). Teoretické východiská výskumu sú zakotvené v koncepcii scaffoldingu, Brunerovej kognitívnej teórii poznania a v princípoch využitia AR v matematickej edukácii. Predstavený návrh didaktického postupu kombinuje tri fázy scaffoldingu s tromi úrovňami reprezentácií matematických konceptov. Tento prístup využíva gradáciu a postupnosť od konkrétnych modelov ku abstraktným reprezentáciám pojmu. Navrhovaný model demonštruje potenciál didaktickej podpory a technológie rozšírenej reality pre efektívne rozvíjanie porozumenia abstraktných matematických konceptov.

Kľúčové slová: scaffolding, rozšírená realita (AR), matematické koncepty

SCAFFOLDING AND AUGMENTED REALITY AS DIDACTIC SUPPORT TOOLS FOR UNDERSTANDING MATHEMATICAL CONCEPTS

Abstract

The article presents partial outcomes of research oriented towards the analysis and creation of a didactic approach proposal for the development of understanding the concept of elementary mathematics, specifically the developed notation of a natural number in the decimal number system. The pedagogical scaffolding strategy and work with tools using Augmented Reality (AR) technology were chosen as supporting means. The theoretical foundations of the research are anchored in the scaffolding concept, Bruner's cognitive theory of knowledge, and the principles of using AR in mathematics education. The presented proposal of didactic approach combines three scaffolding phases with three levels of mathematical concept representations. This approach uses gradation and progression from concrete models to abstract representations of the concept. The proposed model demonstrates the potential of didactic support and augmented reality technology for the effective development of understanding of abstract mathematical concepts.

Keywords: scaffolding, augmented reality (AR), mathematical concepts

1. Úvod

Vyučovanie je, podľa konštatovania Wooda (1986, 1991, cit. podľa Bliss et al., 1996), komplexný, kognitívne náročný a precízne štruktúrovaný proces. Úlohou učiteľa pritom nie je len sprostredkovať informácie a fakty, ale aj oboznamovať žiakov so spôsobmi analytického myslenia a konceptualizácie poznatkov (Bliss et al., 1996).

V kontexte vyučovania matematiky Chechan et al. (2023) zdôrazňujú, že hlavným cieľom je rozvíjať schopnosti žiakov porozumieť matematickým pojmom a metódam, tvoriť rozličné stratégie riešenia matematických problémov a aplikovať matematické poznatky v reálnych situáciách. Efektívne osvojovanie týchto kompetencií je závislé nielen od obsahu vyučovania, ale aj od spôsobu, akým sa učivo žiakom sprístupňuje.

Jedným z nástrojov efektívneho vyučovania je využívanie rôznych typov reprezentácií konceptov, čo je ukotvené v slovenskom kontexte aj v Štátnom vzdelávacom programe pre základné vzdelávanie z roku 2023. Tento dokument kladie dôraz na využívanie rôznych foriem matematických reprezentácií podľa úrovne abstrakcie. V počiatočných fázach sprístupňovania matematických pojmov je dôležité využívať enaktívne a ikonické reprezentácie pojmov, ako napríklad konkrétne predmety, pomôcky, manipulatívne modely, obrázky, ktoré žiakom umožňujú vytvoriť si prvotné predstavy o pojme. Reprezentácie sa postupne posúvajú na symbolický stupeň, a to do podoby výrazov, rovníc, vzorcov a iných foriem abstrakcie.

S týmto prístupom úzko súvisí aj koncept scaffolding, ktorý predstavuje formu cielenej pedagogickej podpory. Jeho základným princípom je podľa Lewisa (2019) komunikácia so žiakmi na úrovni ich aktuálnych schopností a postupné rozvíjanie ich poznania krok za krokom. Tento prístup funguje ako riadený proces napredovania, pri ktorom učiteľ poskytuje podporu presne tam, kde žiak nie je schopný samostatne zvládnuť daný problém, no zároveň má potenciál sa k tejto úrovni dopracovať.

2. Scaffolding ako pedagogická stratégia

Littleton (2013) prezentuje nezvyčajnú, no výstižnú charakteristiku procesu učenia sa, ktorý prirovnáva k stavbe oblúka. Drevené debnenie, nevyhnutné pri jeho konštrukcii, zohráva síce dôležitú, no len dočasnú úlohu – po dokončení stavby musí oblúk stáť samostatne, hoci bez lešenia by jeho vznik nebol možný. Podobne aj vo vzdelávaní plní scaffolding funkciu dočasnej podpory a usmernenia, ktoré učiteľ poskytuje žiakovi. Podpora sa postupne redukuje a odstraňuje v momente, keď ju žiak už viac nepotrebuje. Na túto predstavu nadväzuje autor Boblett (2012), ktorý chápe scaffolding podobne ako dočasnú konštrukciu. Tú prirovnáva ku konštrukcii podporujúcej a ochraňujúcej stavbu počas jej výstavby, pričom po jej dokončení sa táto opora demontuje.

Scaffolding tak predstavuje didaktickú stratégiu založenú na cielenej, pružnej a flexibilnej podpore, ktorú učiteľ alebo iný skúsený partner poskytuje žiakovi. Podpora tohto typu mu umožňuje zvládnuť úlohy, ktoré by bez pomoci nedokázal riešiť samostatne. Zároveň vytvára priestor pre postupný rozvoj žiakovej autonómie a jeho učebných kompetencií. Koncept scaffoldingu (v preklade „lešenie“) je úzko spätý s prácou autorov Wooda, Brunera a Rossa (1976), ktorí sa touto teóriou zaoberali vo svojich výskumoch.

V štúdiu Wood et al. (1976) skúmali interakciu medzi deťmi vo veku troch až piatich rokov a dospelými pri riešení problémových úloh. Na základe svojich zistení identifikovali formu riadenej podpory, ktorú označili ako „lešenie“. Podľa ich definície predstavuje scaffolding štruktúrovaný proces, prostredníctvom ktorého dospelý pomáha dieťaťu zvládnuť úlohy, ktoré presahujú jeho aktuálne schopnosti. Podpora dospelého spočíva v tom, že preberá alebo uľahčuje tie aspekty úlohy, ktoré sú pre dieťa príliš náročné. Vďaka tomu sa dieťa môže sústrediť na tie časti úlohy, ktoré sú v súlade s jeho aktuálnymi kompetenciami. Výsledkom podpory je postupné zvládnutie celej úlohy a posilnenie samostatnosti žiaka.

Na túto myšlienku nadväzujú aj ďalší autori, ktorí ku konceptu scaffoldingu pristupujú podobne. Autori Rojas-Drummond & Mercer (2003) a Stone (1998) charakterizujú scaffolding ako dočasnú podporu žiakovi pri riešení úloh, ktoré presahujú jeho rámec možností. Podobne ako pri stavebnom lešení aj táto pomoc je len dočasná, pretože po zvládnutí určitej úrovne je podpora postupne odstránená. Littleton (2013) navyše zdôrazňuje, že scaffolding predstavuje citlivý a špecifický druh pedagogickej pomoci, ktorej cieľom je priblížiť sa k aktuálnej úrovni kompetencií žiaka a zároveň mu umožňuje posunúť sa k vyššej úrovni vývinu.

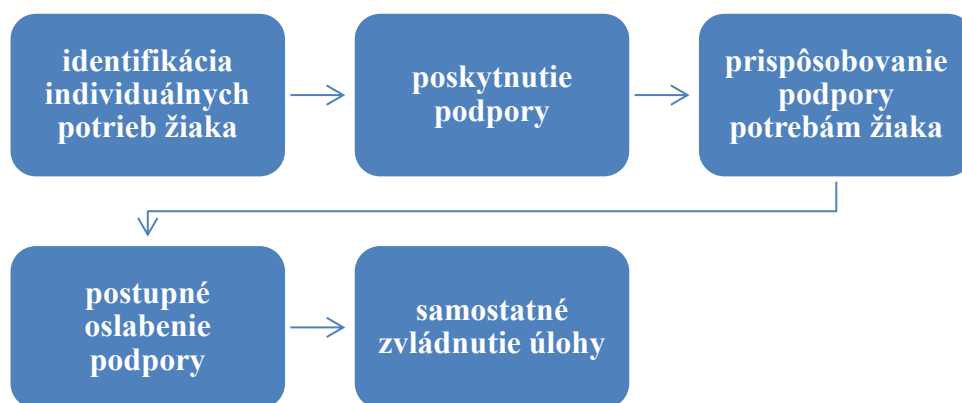
V súlade s týmto chápaním autori Van De Pol et al. (2010) považujú scaffolding za vyučovaciu metódu, ktorá sa môže zamerať na rozvoj dieťaťa vo všetkých jeho aspektoch. Napríklad, ak žiak pracuje na súbore úloh a učiteľ citlivo prispôsobuje mieru podpory podľa porozumenia žiaka, ide o takzvané adaptívne vzdelávanie. Ak žiak dosiahne porozumenie, podpora sa môže postupne zmierňovať. V priebehu znižovania miery podpory učiteľ prenáša zodpovednosť za učenie sa na žiaka, aby si postupne osvojoval väčšiu mieru kontroly nad vlastným učením.

Na tieto myšlienky ďalej nadväzuje autor Reiser (2004) a v rámci konceptu scaffoldingu v interakcii medzi učiteľom a žiakom identifikuje dva kľúčové aspekty:

1. žiakovi je poskytovaná pomoc, čo mu pomáha uspieť v zložitejších úlohách, ktoré by boli pre neho bez podpory príliš náročné;
2. z tejto skúsenosti žiak čerpá pri zlepšovaní sa v porozumení obsahu alebo v procesných zručnostiach.

Výnimočnosť tejto metafory spočíva v zdôraznení cielenej a individuálne prispôsobenej podpory, ktorá sa redukuje postupne, keď ju žiak už nepotrebuje (Palincsar, 1986; Stone, 1998). Vo všeobecnosti môžeme scaffolding chápať ako podporu, ktorú učiteľ poskytuje žiakovi pri vykonávaní úloh, ktoré by sám nedokázal zvládnuť. Jedným z jeho charakteristických znakov je jeho flexibilita – podpora býva označovaná ako prispôsobivá, diferencovaná, citlivá alebo kalibrovaná (Van De Pol et al., 2010). Práve táto flexibilita umožňuje učiteľovi reagovať na meniace sa potreby žiakov a prispôbovať mieru podpory ich aktuálnym schopnostiam.

Rozsiahla štúdia realizovaná v reálnom školskom prostredí (Van De Pol et al., 2015) poukázala na významné teoretické a praktické súvislosti týkajúce sa implementácie scaffoldingu vo vyučovaní. Podľa autorov je intervencia medzi učiteľom a žiakom, zameraná na prvky scaffoldingu účinným prostriedkom na zvyšovanie úrovne prispôsobenej podpory v procese učenia sa. Zvýšenie efektivity scaffoldingu je možné dosiahnuť tým, že žiakov najprv stimulujeme k vlastnému premýšľaniu o porozumení, ešte pred samotným poskytnutím pomoci zo strany učiteľa. Tento prístup spočíva v kladení otázok, ktoré žiakov vedú k reflexii nad učivom. Výsledky štúdie zároveň naznačujú, že účinnosť scaffoldingu súvisí s mierou nezávislej práce a s úsilím, ktoré žiaci vynaložia.



Obrázok 1. Proces scaffoldingu vo vyučovaní

Na rozdiel od scaffoldingu v stavebníctve, kde je možné opakovane využiť rovnaké konštrukčné prvky pri výstavbe podobných stavieb, scaffolding vo vzdelávaní nepredstavuje pevnú, nemennú štruktúru. Ide o flexibilnú formu podpory, ktorá sa prispôsobuje pokroku dieťaťa s cieľom podporiť jeho rozvoj smerom k väčšej samostatnosti v procese učenia sa (Gonulal & Loewen, 2018).

Táto podpora môže byť realizovaná rôznymi spôsobmi v závislosti od konkrétnych potrieb žiakov. Medzi často uplatňované formy patrí modelovanie ako ukážka postupu riešenia úlohy a kladenie otázok (Van De Pol et al., 2010), ako aj poskytovanie nápodvedí, podnetov, modelov čiastočných riešení, priamych inštrukcií či hlasné modelovanie myslenia (Hartman, 2002, ako cituje Wu et al., 2017).

Rôzne formy podpory sa líšia nielen spôsobom realizácie, napríklad prostredníctvom digitálnych nástrojov, papierových materiálov alebo priameho vedenia učiteľom, ale aj podľa typu podpory, ktorá môže byť statická alebo dynamická. Okrem toho sa môže líšiť aj jej zameranie, teda či sa orientuje na kognitívne alebo metakognitívne procesy žiaka (Molenaar et al., 2012). Základné rozdelenie scaffoldingu na statický a dynamický nám umožňuje lepšie porozumieť tomu, ako sa podpora prispôsobuje alebo neprispôsobuje individuálnym potrebám žiaka. Statický scaffolding je podľa autorov trvalý, nemenný a rovnaký pre všetkých (Wu et al., 2017). Príkladom môže byť podľa Molenaar et al. (2012) jednotný súbor pokynov poskytnutý žiakom na vykonanie určitej úlohy. Takáto podpora sa nemení v závislosti od pokroku jednotlivcov. Naopak, dynamický scaffolding predstavuje adaptívny prístup, v ktorom sú po výbere vhodnej formy podpory priebežne sledované schopnosti a správanie žiakov. Na základe analýzy sa im následne poskytuje primeraná pomoc. Tento proces zahŕňa tri základné fázy: diagnostiku, kalibráciu a znižovanie miery podpory. Diagnostika umožňuje identifikovať aktuálnu úroveň vedomostí a potrieb žiaka, kalibrácia zabezpečuje výber najvhodnejšej formy podpory a nakoniec je to postupné znižovanie miery pomoci v súlade so zvyšujúcou sa samostatnosťou žiaka. Keďže diagnostika a kalibrácia prebiehajú cyklicky, tak aj úroveň podpory sa priebežne prispôsobuje (Molenaar et al., 2012).

Uvedené prístupy k scaffoldingu úzko súvisia aj s kognitívnym vývinom žiaka a spôsobom, akým reprezentuje nové poznatky. V tejto súvislosti poskytuje teoretickú oporu Brunerova (1968) teória kognitívneho vývinu, podľa ktorej môže byť poznanie reprezentované tromi spôsobmi: enaktívnym, ikonickým a symbolickým. Každý z týchto spôsobov predstavuje odlišnú úroveň osvojovania poznatkov.

1. Enaktívna reprezentácia

Reprezentácia je založená na vykonávaní konkrétnych činností a manipulácii s objektmi, prostredníctvom ktorých si žiak vytvára základné mentálne štruktúry. Vo vzdelávacom procese matematiky sa táto úroveň reprezentácie uplatňuje napríklad pri matematických aktivitách, v ktorých žiak manipuluje s konkrétnymi pomôckami: pri sčítavaní a odčítavaní s guľôčkami alebo kockami, ktoré manipuláciou pridáva alebo odoberá zo skupiny alebo pri rozvoji priestorových a geometrických predstáv skladá tvary tangramu.

2. Ikonická reprezentácia

Je založená na využívaní vizuálnych obrazov, nákresov alebo schém, ktoré slúžia pre znázornenie matematických pojmov bez potreby ich explicitného vysvetlenia. V kontexte matematiky sa tento spôsob reprezentácie prejavuje napríklad pri sčítavaní a odčítavaní, ktoré sú prezentované pomocou číselnej osi alebo pri práci s geometrickými útvarmi, ktoré sú žiakovi sprostredkované v podobe náčrtov.

3. Symbolická reprezentácia

Využíva jazyk a súbor abstraktných symbolov a výrokov na vyjadrenie matematických pojmov a vzťahov podľa určitých pravidiel. Žiak na tejto úrovni pracuje s matematickými symbolmi a znakmi bez potreby manipulácie s objektmi alebo obrázkami. V matematike môže ísť napríklad o zápis aritmetických operácií pomocou symbolov: $15 + 8 = 23$ alebo pri použití symbolických označení v geometrii, ako sú body A, B, C a označenie uhlov či úsečiek.

Tieto reprezentácie zohrávajú významnú úlohu pri plánovaní vhodných foriem scaffoldingu v súlade s aktuálnym školským kurikulumom, keďže umožňujú učiteľom zohľadniť rôzne vývinové štádiá poznávania a tým lepšie prispôbovať podporu individuálnym potrebám žiakov.

2.1. Rozšírená realita ako edukačný nástroj

Technológie zohrávajú v matematickej edukácii čoraz dôležitejšiu úlohu, keďže poskytujú nové možnosti pre modelovanie a prácu s abstraktnými konceptmi. Ich efektívne využitie vo výučbe si však vyžaduje, aby učitelia disponovali primeranými digitálnymi zručnosťami a odbornými vedomosťami, ktoré im umožnia technológie cielene prepájať s matematickým obsahom (Prídavková, 2022).

Rozšírená realita (AR) predstavuje inovatívny edukačný nástroj, ktorý má potenciál zásadne ovplyvniť spôsob výučby matematiky. Jej využitie prekračuje hranice tradičného transmisívneho prístupu a umožňuje vytváranie interaktívneho, vizuálne bohatého a dynamického prostredia podporujúceho lepšie porozumenie učiva. AR dokáže vďaka schopnosti vizualizácii zložitých a abstraktných matematických javov zvýšiť motiváciu žiakov, podporiť ich angažovanosť a zároveň umožniť personalizovanejšie učenie (Hnatová et al., 2024).

Potenciál AR sa neprejavuje len pri tvorbe gradovaných úloh, ale aj v samotnom procese ich riešenia, verifikácie a kontroly správnosti výsledkov. Didaktické prostriedky využívajúce AR nástroje možno efektívne integrovať do riešenia matematických úloh v troch základných fázach vyučovacieho procesu:

1. vstupná fáza – príprava úloh s rôznou mierou náročnosti podľa stupňa gradácie;
2. proces riešenia – vizualizácia a modelovanie riešiteľského postupu;
3. výstupná fáza – overenie správnosti riešenia a verifikácia vytvoreného modelu (Prídavková, 2022)

V nasledujúcej časti sa zameriame predovšetkým na využitie AR v procesnej fáze riešenia úlohy, konkrétne prostredníctvom softvéru GeoGebra. Cieľom je vizualizácia a interaktívne modelovanie, ktoré môže slúžiť na podporu pochopenia matematických vzťahov.

3. Podporné stratégie pri budovaní porozumenia desiatkovej číselnej sústavy

Číselná sústava je matematický systém, ktorý využíva znaky, symboly a presne stanovené pravidlá, ktoré umožňujú zápis čísel a vykonávanie aritmetických operácií (Kuzma & Reiterová, 2011).

Jej princíp môžeme žiakom jednoducho priblížiť pomocou modelu, napríklad zoskupením prvkov množiny s počtom 127. Najskôr prvky zoskupíme do skupín po desať; vzniknú tak desiatky (v danom prípade ich bude 12 a sedem jednotiek ostane nezoskupených). Desiatky zoskupíme po desať, čím získame jednu stovku (dve desiatky ostanú nezoskupené). Takéto usporiadanie pomáha žiakom jednoduchšie vnímať počet prvkov a vytvárať si jasnejší obraz o veľkosti množiny (Šedivý & Križalkovič, 1990).

V rámci vyučovania matematiky je zdôraznený rozklad čísla. Napríklad číslo 127 môžeme rozložiť na súčet $100 + 20 + 7$, teda na stovky, desiatky a jednotky. Riešenie podobných úloh žiakom umožňuje lepšie pochopiť zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, teda že číslo je tvorené stovkami, desiatkami a jednotkami.

Zápis prirodzeného čísla sa vo vyučovaní matematiky realizuje prostredníctvom viacerých úrovní abstrakcie. Uplatňujú sa modely využívajúce manipuláciu s reálnymi predmetmi, grafické modely až napokon symbolické zápisy (Hnatová et al., 2024). Predtým než žiak dosiahne najvyššiu úroveň abstrakcie, je vhodné aplikovať podporné stratégie, ktoré mu uľahčia prechod od konkrétneho k abstraktnému zápisu.

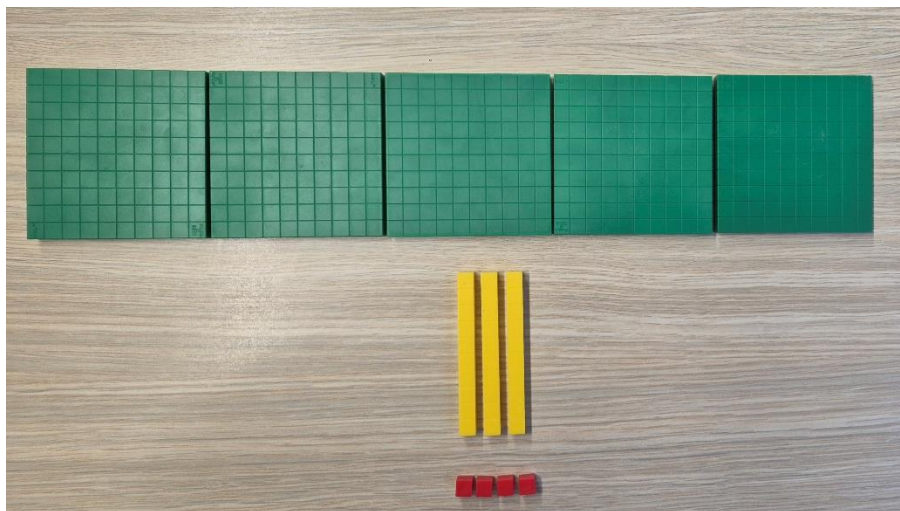
V nasledujúcej časti predstavíme ukážku návrhu aplikácie scaffoldingu vo vyučovaní matematiky. Pozornosť sústredíme na poskytnutie rôznych foriem podpory, ktoré tvoria východisko pre dynamický scaffolding pri zavádzaní rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Koncept scaffoldingu uplatníme prostredníctvom jeho troch základných fáz: diagnostiky, kalibrácie a následného znižovania miery poskytovanej podpory.

V rámci úvodnej fázy, diagnostiky, bude využitá enaktívna reprezentácia, ktorej fundamentom je manipulatívna činnosť žiaka. Počas kalibrácie sa podľa individuálnych potrieb žiaka presunieme k ikonickej forme podpory sprostredkovanej prostredníctvom softvéru GeoGebra. Postupné znižovanie miery podpory následne vedie k prechodu na symbolickú reprezentáciu a k narastajúcej samostatnosti žiaka pri riešení zadanej úlohy.

3.1. Enaktívna reprezentácia a jej didaktické uplatnenie

Ako uvádza Bruner (1968), v prvej fáze poznania sa uplatňuje enaktívna (aktívna) reprezentácia. Podpora je žiakovi poskytovaná využívaním konkrétnych učebných pomôcok, prostredníctvom ktorých si môže matematické koncepty vymodelovať. Kľúčovou pomôckou môže byť počítadlo, ktoré žiakovi umožňuje haptickú manipuláciu a zároveň vizualizáciu číselných hodnôt v desiatkovej sústave – stovky, desiatky a jednotky prirodzeného čísla. Ďalším významným didaktickým nástrojom sú Dienesové bloky, ktoré aktivizujú detskú predstavivosť a umožňujú žiakovi vytvoriť si vizuálnu predstavu čísla. Takto získavajú porozumenie vzťahov medzi stovkami, desiatkami a jednotkami.

Ako príklad možno uviesť úlohu, v ktorej žiak modeluje číslo 534 použitím troch doštičiek (stovky), dvoch hranolčekov (desiatky) a štyroch malých kociek (jednotky). Manipuláciou s týmito pomôckami si žiak vytvára konkrétny a vizuálny model daného čísla.



Obrázok 2. Ukážka čísla 534 prostredníctvom Dienesových blokov

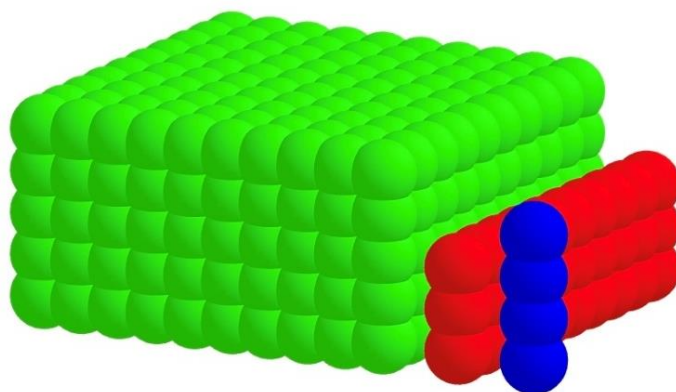
Okrem počítadla a Dienesových blokov je v rámci podporných stratégií na tejto úrovni možné zaradiť aj rôzne matematické hry, kartičky, prvky aktívnej matematiky či drobné predmety, ktoré slúžia na znázornenie stoviek, desiatok a jednotiek.

3.2. Ikonická reprezentácia

V prostredí softvéru GeoGebra je možné prostredníctvom rozšírenej reality (AR) a využívania appletov vytvárať enaktívne reprezentácie matematických pojmov. Žiaci tak môžu s konceptmi aktívne manipulovať vo virtuálnom priestore, čím sa zvyšuje efektivita osvojovania poznatkov (Prídavková, 2022).

Dynamická simulácia rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, ktorá využíva AR technológiu, vychádza z analogického reprezentovania prostredníctvom Dienesových blokov (Hnatová et al., 2024). Tento prístup prepája manipulatívnu a grafickú podporu pri osvojení matematických konceptov.

Na tvorbu modelov môžu žiaci využívať rôzne objekty, ako napríklad kocky či guľôčky. V prostredí aplikácie GeoGebra 3D Graphing Calculator je možné vytvorený model zobrazíť v reálnom priestore, čím sa uľahčuje budovanie predstáv o abstraktných pojmoch. Zároveň je možné model integrovať do rozšírenej reality a prezerať ho z rôznych uhlov pohľadu, čo ešte viac podporuje rozvoj koncepčného myslenia.



Obrázok 3. Ukážka vytvoreného modelu čísla 534 v aplikácii GeoGebra 3D

3.3. Symbolická reprezentácia

Na zabezpečenie efektívneho scaffoldingu je nevyhnutné, aby učiteľ využíval stratégie flexibilne prispôsobené reakciám žiaka. Postupom času musí byť miera poskytovanej podpory znižovaná, čím sa zvyšuje miera zodpovednosti žiaka za splnenie zadaných úloh (Van De Pol et al., 2010).

Po fáze manipulatívnej a grafickej podpory nasleduje najvyššia úroveň, ktorou je samostatná práca žiaka spojená so symbolickou reprezentáciou. V tejto fáze sa od žiaka očakáva určitá miera samostatnosti, ktorá sa prejavuje pri riešení úloh v pracovnom zošite, pracovnom liste alebo učebnici. Na základe predchádzajúcej podpory by žiak mal byť schopný správne zapísať prirodzené číslo – napríklad číslo 534 rozložiť na $500 + 30 + 4$ a zároveň určiť, že číslo obsahuje päť stoviek, tri desiatky a štyri jednotky.

Takto koncipovaný postup umožňuje prechod od konkrétnych konceptov k abstraktným reprezentáciám prirodzených čísel.

4. Záver

Príspevok má charakter teoreticko-aplikačnej štúdie. Jeho cieľom je na základe analýzy odbornej literatúry navrhnúť didaktický postup využiteľný pri zavádzaní rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, prostredníctvom pedagogickej podpory nazývanej scaffolding a technológie rozšírenej reality.

Východiskom bola obsahová analýza domácich a zahraničných odborných zdrojov, ktoré sa sústreďujú na tri kľúčové oblasti:

- scaffolding ako forma prispôbenej pedagogickej podpory,
- Brunerova kognitívna teória poznania,
- možnosti využitia technológie rozšírenej reality v matematickej edukácii.

Získané poznatky boli následne syntetizované s cieľom vytvoriť model, ktorý prepája tri fázy scaffoldingu (diagnostika – kalibrácia – znižovanie miery podpory) s tromi úrovňami reprezentácie poznania (enaktívna, ikonická, symbolická).

Modelové situácie boli navrhnuté tak, aby reflektovali proces postupnej abstrakcie pri učení sa matematiky a zároveň umožňovali učiteľovi flexibilne reagovať na individuálne potreby žiakov prostredníctvom adaptívne poskytovanej podpory.

Pre rozpracovanie navrhovaného didaktického postupu bola vybraná tematická oblasť prirodzených čísel v desiatkovej číselnej sústave. Tá je vhodná pre gradáciu poskytovanej podpory, keďže vyžaduje prechod od konkrétnej manipulácie k abstraktnému zápisu a zároveň poskytuje priestor pre efektívne využitie rozšírenej reality pri vizualizácii matematických pojmov. Modelové situácie demonštrujú, ako učiteľ môže prepájať manipulatívne činnosti, ikonické zobrazenia v prostredí GeoGebry a symbolický zápis s cieľom podporiť porozumenie konceptu rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave.

Scaffolding sa javí ako kľúčová didaktická stratégia vo vyučovaní matematiky, pretože umožňuje žiakom zvládnuť úlohy, ktoré by samostatne nedokázali riešiť a zároveň ich podporuje väčšiu samostatnosť v riešení. Kombinácia podpory, primeraných reprezentácií a technológií rozšírenej reality môže výrazne prispieť k porozumeniu abstraktných matematických konceptov.

Acknowledgements

Príspevok vznikol s podporou grantového projektu KEGA 024PU-4/2024 *Technológia rozšírenej reality a jej inkorporácia do matematickej prípravy študentov v študijnom programe Predškolská a elementárna pedagogika*.

Literatúra

- Bliss, J., Askew, M., & Macrae, S. (1996). Effective teaching and learning: Scaffolding revisited. *Oxford Review of Education*, 22(1), 37–61. <https://doi.org/10.1080/0305498960220103>
- Boaler, J. (2016). *Matematické nastavenie mysle* (P. Briatka, Prekl.). Tatran.
- Boblett, N. (2012). Scaffolding: Defining the metaphor. *Working papers in TESOL & Applied Linguistics*, 12(2), 1–16. Dostupné z <https://journals.library.columbia.edu/index.php/SALT/article/view/1357>
- Borošová, M. (1999). *Metodika vyučovania matematiky na 1. stupni základných škôl* (1. vyd.). Prešov: Náuka – Gustáv Moško.

- Bruner, J. S. (1968). *O podstate a problémoch vyučovania*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.
- Gonulal, T., & Loewen, S. (2018). Scaffolding technique. In J. I. Lontas (Ed.), *The TESOL Encyclopedia of English Language Teaching* (1. vyd., s. 1–5). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118784235.eelt0180>
- Hnatová, J., Prídavková, A., & Lipták, J. (2024). *Rozšírená realita v primárnej matematickej edukácii: Analýza edukačných aktivít študentov – budúcich pedagógov*. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove.
- Chechan, B., Ampadu, E., & Pears, A. (2023). Effect of using Desmos on high school students' understanding and learning of functions. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(10), em2331. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13540>
- Kuzma, J., & Reiterová, M. (2011). *Matematika základnej školy v kocke – príprava na prijímacie skúšky na stredné školy* (1. vyd.). Bratislava: Vydavateľstvo Príroda.
- Lewis, B. (2019). Scaffolding instruction strategies. *ThoughtCo*. Dostupné z <https://www.thoughtco.com/scaffolding-instruction-strategies-2081682>
- Littleton, K. (2013). Adaptation and authority in scaffolding and teacher–student relationships. *Learning, Culture and Social Interaction*, 2(1), 52–55. <https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2013.01.003>
- Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky. (2023). *Štátny vzdelávací program pre základné vzdelávanie*. Dostupné z <https://www.statpedu.sk/sk/svp/statny-vzdelavaci-program/>
- Molenaar, I., Roda, C., Van Boxtel, C., & Sleegers, P. (2012). Dynamic scaffolding of socially regulated learning in a computer-based learning environment. *Computers & Education*, 59(2), 515–523. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.12.006>
- Palincsar, A. S. (1986). The role of dialogue in providing scaffolded instruction. *Educational Psychologist*, 21(1–2), 73–98. <https://doi.org/10.1080/00461520.1986.9653025>
- Prídavková, A. (2022). Technológia rozšírenej reality a rozvoj matematických schopností. *Elementary Mathematics Education Journal*, 4(1). Dostupné z https://emejournal.upol.cz/Issues/Vol4No1/Vol4No1_Pridavkova.pdf
- Reiser, B. J. (2004). Scaffolding complex learning: The mechanisms of structuring and problematizing student work. *Journal of the Learning Sciences*, 13(3), 273–304. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1303_2
- Rojas-Drummond, S., & Mercer, N. (2003). Scaffolding the development of effective collaboration and learning. *International Journal of Educational Research*, 39(1–2), 99–111. [https://doi.org/10.1016/S0883-0355\(03\)00075-2](https://doi.org/10.1016/S0883-0355(03)00075-2)
- Stone, C. A. (1998). The metaphor of scaffolding: Its utility for the field of learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 31(4), 344–364. <https://doi.org/10.1177/002221949803100404>
- Šedivý, O., & Križalkovič, K. (1990). *Didaktika matematiky: Pre štúdium učiteľstva I. stupňa základnej školy*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.
- Van De Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271–296. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9127-6>

- Van De Pol, J., Volman, M., Oort, F., & Beishuizen, J. (2015). The effects of scaffolding in the classroom: Support contingency and student independent working time in relation to student achievement, task effort and appreciation of support. *Instructional Science*, 43(5), 615–641. <https://doi.org/10.1007/s11251-015-9351-z>
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17(2), 89–100. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>
- Wu, C.-H., Chen, Y.-S., & Chen, T. (2017). An adaptive e-learning system for enhancing learning performance: Based on dynamic scaffolding theory. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(3). <https://doi.org/10.12973/ejmste/81061>