

TECHNOLÓGIA ROZŠÍRENEJ REALITY A ROZVOJ MATEMATICKÝCH SCHOPNOSTÍ

Alena PRÍDAVKOVÁ

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovensko)

alena.pridavkova@unipo.sk

Abstrakt

Technológia rozšírenej reality (augmented reality – AR) predstavuje edukačný prostriedok podporujúci tvorbu modelov matematických konceptov a možností manipulácie s nimi. Týka sa to predovšetkým pojmov z oblasti geometrie. AR umožňuje transformovať 2D model geometrického útvaru na 3D model, ten potom pozorovať a skúmať z rôznych uhlov pohľadu. Navyše vzniká priestor na znázornenie procesu tvorby obrazu útvaru v geometrickom zobrazení - napríklad v osovej súmernosti. Aplikácia technológie AR má potenciál pri tvorbe úloh rôznej úrovne kognitívnej náročnosti. Prezentované budú možnosti využitia technológie AR pri tvorbe zadaní úloh na rôznej úrovni náročnosti, v závislosti od konkrétneho kritéria. V kontexte teórie TPACK (Technological, Pedagogical and Content Knowledge) budú predstavené možnosti uplatnenia princípov v matematickej edukácii.

Kľúčové slová: technológia rozšírenej reality, osová súmernosť, matematické schopnosti

AUGMENTED REALITY TECHNOLOGY AND DEVELOPING MATHEMATICAL ABILITIES

Abstract

Augmented reality technology (AR) is an educational tool supporting the creation of models of mathematical concepts and manipulating them. This is key in the geometry framework. AR allows you to transform 2D model of a geometrical shape into 3D model, which can be observed and explored from different points of view. There is the possibility to illustrate the process of creating the image of the object in geometry mapping, e.g., in axial symmetry. The application of AR technology has the potential to create tasks with different levels of cognitive demand. The possibilities of using AR in the creation of tasks at different levels of difficulties, depending on specific indicator, are presented. The possibilities of applying the main principles of TPACK theory (Technological, Pedagogical and Content Knowledge) in mathematical education, will be presented.

Keywords: augmented reality technology, axial symmetry, mathematical abilities

1. Úvod

Rozšírenú realitu (augmented reality - AR) možno považovať za technológiu, ktorá spája skutočný a virtuálny obsah, dopĺňa skutočný svet virtuálnymi objektmi, je interaktívna v reálnom čase a využíva 3D zobrazenie (Krevelen & Poelman, 2010). Rozšírená realita je prostriedkom na vytváranie virtuálnych prvkov a ich začleňovanie do obrazu reálneho sveta. Vďaka súčasnému stavu technického vybavenia škôl i samotných žiakov nachádza svoje miesto aj vo vzdelávaní, najčastejšie ako pomocný vizualizačný, informačný, fixačný alebo evaluačný nástroj (Hnatová & Hnat, 2019a).

Technológia rozšírenej reality má potenciál z pohľadu rozvoja matematických schopností, napríklad aj prostredníctvom úloh z oblasti osovej súmernosti. Nástroje AR umožňujú flexibilne prispôbovať a voliť vstupné podmienky úloh na rôznej úrovni kognitívnej náročnosti, modelovať a pracovať s rôznymi reprezentáciami daného konceptu, ako aj znázorniť proces tvorby obrazu útvaru v osovej súmernosti. Podľa Xistouri (2007), dôležitým predpokladom úspešného riešenia úloh z danej problematiky (osová súmernosť), je rozvinutá schopnosť preklopiť vzor za účelom získania obrazu. V uvedenom kontexte je súbor úloh s gradovanou úrovňou náročnosti vhodným prostriedkom pre rozvoj matematických schopností (Xistouri, 2007; Sinclair & Kaur, 2011).

Pri tvorbe modelov, ktoré sú aplikované vo výučbe s podporou AR môžu byť využívané nástroje dynamickej geometrie. Systémy dynamickej geometrie charakterizuje Patsiomitou (2008) ako prostredia, v ktorých sú vytvorené podmienky na tvorbu symbolických a grafických reprezentácií pojmov v matematickej doméne. Žiaci tak môžu skúmať, riešiť problémy rôznymi stratégiami a pracovať individuálne, ale aj v skupinách. Navyše je im poskytnutá spätná väzba na ich návrhy, nápady a postupy.

2. Princípy TPACK teórie v matematickej edukácii

Technológie postupne zastávajú dôležité miesto aj v matematickej edukácii, poskytujú možnosti pre modelovanie a prácu s rôznymi modelmi abstraktných konceptov. Pre ich efektívnu implementáciu do vyučovania je kľúčové, aby učitelia mali dostatočné vedomosti a zručnosti pri práci s nimi s cieľom ich využitia v kontexte s obsahom matematiky. Podľa teórie Technological, Pedagogical and Content Knowledge (TPACK), autorov Mishra & Koehler (2006), sú pri využívaní technológií vo vyučovaní dôležité technologické, pedagogické a obsahové znalosti učiteľov. Pre ich efektívne zaradenie do vyučovania je dôležité vymedzenie vhodného obsahu daného predmetu spolu s pedagogickými prístupmi využívanými pri edukácii daného obsahu.

Teória TPACK môže byť implementovaná aj do vyučovania matematiky. V tabuľke 1 sú uvedené návrhy aplikácie hlavných princípov spomínanej teórie do matematickej edukácie v kontexte pojmu osovej súmernosti. Rozšírená realita je považovaná za technológiu podporujúcu rozvoj matematických schopností z oblasti osovej súmernosti.

Tabuľka 1. Aplikácia princípov TPACK teórie v matematickej edukácii

	Princíp	Návrh na aplikáciu princípu v matematike
1.	matematické koncepty môžu byť reprezentované využitím technológií	sprístupnenie konceptu osová súmernosť využitím technológie rozšírenej reality
2.	pedagogické prístupy môžu byť aplikované využitím technológií rôznymi spôsobmi	využitie pri prezenčnej aj dištančnej výučbe; aplikácia rôznych organizačných foriem (individuálna, skupinová, hromadná, rovesnícke vyučovanie)
3.	rôzne pojmy z matematiky vyžadujú od žiakov zručnosti rôznej úrovne; technológie môžu pomôcť pri niektorých požiadavkách	v uvedenom kontexte sú to zručnosti pri rysovaní (znázornenie obrazu útvaru v osovej súmernosti); nástroje AR prezentujú proces riešenia
4.	žiaci prichádzajú na vyučovanie s rôznou úrovňou vedomostí (vrátane predchádzajúcich vzdelávacích skúseností s využitím technológií); vyučovanie s využitím technológií by malo tento fakt rešpektovať	existuje možnosť práce s PC (applety - GeoGebra), ale aj s mobilným telefónom a aplikáciou GeoGebra 3DGraphing Calculator; v závislosti od úrovne schopností žiakov a technického vybavenia je možnosť flexibilného výberu a prispôbenia použitia technológií

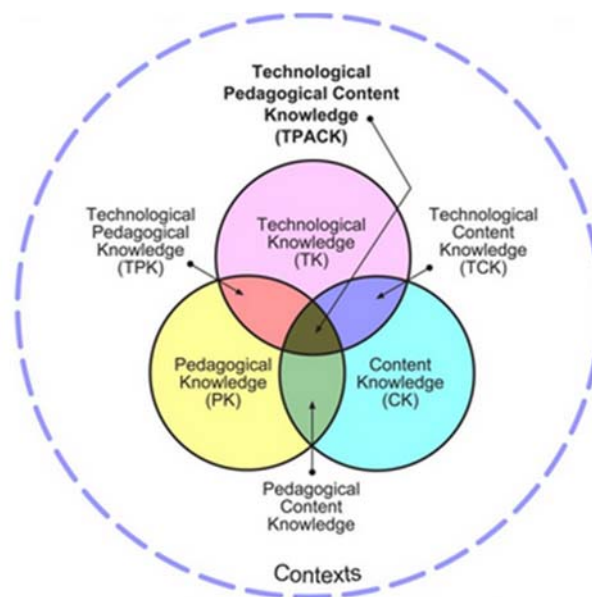
5.	technológie môžu byť využívané v súlade s existujúcimi vedomosťami žiakov, pomáhajú im nielen pri ich rozvíjaní, ale aj pri tvorbe nových poznatkov	technológia AR umožňuje: - tvoriť gradované úlohy na základe rôznych vstupných kritérií špecifikovaných na základe kognitívnej analýzy úlohy (napr. v úlohe nižšie: počet štvorcov, rôzna pozícia osi súmernosti); - vytvoriť podmienky pre pochopenie princípu riešenia úloh (vo verzii pero/papier) cez znázornenie procesu tvorby obrazu objektu v osovej súmernosti
----	---	---

Spracované podľa: <https://lnk.sk/dts0>

Princípy TPACK modelu je možné aplikovať aj v matematickej edukácii na rôznych stupňoch vzdelávania. V tejto súvislosti predstavujeme vybrané návrhy aplikácie AR v úlohách, ktoré sú obsahovo zamerané na problematiku osovej súmernosti.

3. Návrh použitia technológie rozšírenej reality v úlohách s kontextom osovej súmernosti

Existuje viacero možností využitia technológie AR v matematickej edukácii a jednou z nich je obsah matematiky využívajúci úlohy s kontextom osovej súmernosti. Prezentované návrhy sú zaradené do oblastí vymedzených podľa existujúcich prienikov medzi jednotlivými elementami modelu TPACK (obrázok 1).



Obrázok 1. TPACK model
zdroj: <https://lnk.sk/dts0>

1. Prienik technologických, pedagogických a obsahových znalostí (TPC).

Úlohy z oblasti osovej súmernosti môžu žiaci riešiť buď vo verzii pero-papier alebo v elektronickej verzii, napríklad využitím AR. Žiaci na 1. stupni ZŠ ešte nemajú rozvinuté zručnosti týkajúce sa zostrojenia obrazu útvaru v osovej súmernosti (prenášanie úsečiek, práca s kružidlom, rysovanie kolmých priamok). AR vytvára priestor na získanie prvotných predstáv o procese tvorby obrazu útvaru v osovej súmernosti, ktorý je dynamicky znázornený, čím sú prezentované procesy riešenia úlohy ako východisko pre porozumenie daného konceptu.

Práca s nástrojmi využívajúcimi technológiu AR je výhodná z pohľadu rešpektovania rôznej úrovne vedomostí a skúseností žiakov s riešením úloh z oblasti osovej súmernosti. AR má výhodu v tom, že učiteľ dokáže efektívne a rýchlo pripraviť úlohy rôznej náročnosti, jednoducho vie meniť úroveň náročnosti úloh (od jednoduchších k náročnejším, ale aj opačne).

2. Prieniky: technologické a pedagogické znalosti (TP), pedagogické a obsahové znalosti (PC).

Technológia AR umožňuje využiť rôzne módy reprezentácie zadania úlohy. Tu je možné identifikovať prieniky TP – technologické a pedagogické znalosti, PC – pedagogické a obsahové znalosti. Pri použití appletov vytvorených v GeoGebre je možné vytvárať modely pojmov v enaktívnom móde (manipulatívny vo virtuálnom prostredí). V prípade, že je v procese riešenia úlohy použitá technológia AR, napríklad aplikácia GeoGebra 3D Graphing Calculator, tak model znázornenia objektu v osovej súmernosti je možné považovať za enaktívny (manipulatívny). Žiak môže pritom meniť orientáciu objektu, ako aj osi súmernosti. Práca s modelom pojmu v enaktívnom móde je prediktorom pre úspešné riešenie úloh v ikonickom a symbolickom móde, ktoré sú považované za kognitívne náročnejšie.

Pri využití technológie AR je možné využiť rôzne formy práce – individuálnu, rovesnícke vyučovanie, prácu v skupinách, frontálnu výučbu. V tejto súvislosti možno uvažovať o prienikoch TP – technologické a pedagogické znalosti a PC – pedagogické a obsahové znalosti. Pri individuálnej práci si každý žiak môže zvoliť typ úlohy, rôznej úrovne náročnosti, v závislosti od aktuálnej vedomostnej úrovne a skúseností. V prípade úloh z oblasti osovej súmernosti nasleduje tvorba, znázornenie obrazu útvaru v AR, kedy má žiak možnosť sledovať proces tvorby obrazu daného útvaru v zobrazení. Pri rovesníckom vyučovaní môže napríklad jeden žiak (Z1) vytvoriť zadanie úlohy - vymodelovať na svojom mobilnom zariadení vzor, ktorého obraz je potrebné vytvoriť v osovej súmernosti. Zadanie úlohy prezentuje druhému žiakovi (Z2), pričom tu existuje viacero možností: Z1 zadá popisne daný útvar (vzor) Z2; Z2 sa pozrie na daný vzor; Z1 nadiktuje nutné vstupné podmienky, na základe ktorých dokáže Z2 vymodelovať daný útvar (vzor). Z2 vymodeluje vzor (podľa pokynov) a pomocou AR vytvorí obraz útvaru. Nasleduje overenie správnosti riešenia úlohy – porovnanie výsledku na zariadeniach oboch žiakov. V prípade nezahody, nasleduje diskusia týkajúca sa možných príčin vzniknutých chýb (v zadaní, v procese riešenia, orientácia osi a pod.). Pri frontálnej forme vyučovania učiteľ vytvára zadania úloh rôznej úrovne náročnosti (vopred pripravené typy vzorov) a žiaci tvoria, modelujú ich obrazy.

3. Prienik technologických a obsahových znalostí (TC).

Obsahové zameranie na oblasť osovej súmernosti sa ukazuje ako vhodné z pohľadu prieniku technologických a obsahových znalostí (TC). V tomto prípade je možné využiť ako východisko reálne situácie, konkrétne objekty, predmety, na čo nadväzuje práca s obrázkami súmerných objektov, kedy je vhodné použiť zrkadlo resp. geometrické zrkadlo na overenie symetrie útvaru, objektu, obrázku. Na overenie symetrie objektu je možné použiť aj technológiu AR.

Objekty, ktorých obraz v osovej súmernosti je vytváraný použitím technológie AR, sú modelované v rovine. Proces tvorby obrazu je transformovaný do priestoru a je dynamizovaný. Tu možno uvažovať o prieniku typu TC – technologické a obsahové znalosti. Modelovanie procesu tvorby obrazu útvaru využitím technológie AR je propedeutikou znázorňovania útvaru v osovej súmernosti (práca s kružidlom, prenášanie úsečiek, kolmost' priamok).

Technológia AR umožňuje diferencovať potrebu vizualizácie procesu riešenia úloh (TC prienik). Niektorí žiaci potrebujú vidieť proces riešenia úlohy, iní majú myslenie na vyššej úrovni abstrakcie a nepotrebujú sledovať proces znázornenia obrazu, dokážu obraz útvaru vytvoriť bez pomoci, bez znázornenia postupu.

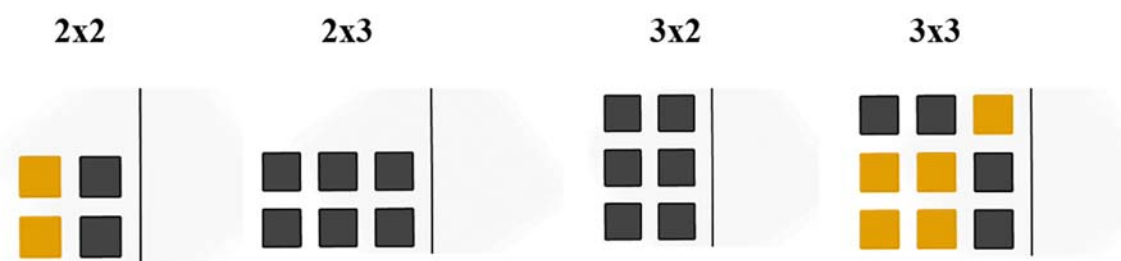
Rozšírená realita, okrem vyššie uvedených možností použitia, predstavuje efektívny prostriedok v procese tvorby úloh rôznej úrovne kognitívnej náročnosti.

3.1. Technológia AR pri tvorbe gradovaných úloh

Kognitívna analýza úlohy, obsahovo orientovanej na problematiku osovej súmernosti, je východiskom pre identifikáciu kritérií, na základe ktorých sú vytvárané úlohy na rôznej úrovni kognitívnej náročnosti. Úrovne náročnosti sú definované vlastnosťami využitých objektov. Analyzovaná úloha je obsahovo zameraná na koncept osovej súmernosti z dôvodu existujúceho potenciálu pri rozvoji matematických schopností a schopnosti učiť sa. V úlohe ide o vytvorenie obrazu útvaru v osovej súmernosti. Vzor predstavuje objekt tvorený daným počtom štvorcov usporiadaných v riadkoch, pričom štvorce môžu byť buď čierne alebo žlté. Za kritériá, ktoré sú východiskom pre tvorbu úloh gradovanej kognitívnej náročnosti, boli zvolené viaceré vlastnosti objektov: počet štvorcov v útvaru, pomer počtu štvorcov rôznej farby a ich poloha, orientácia osi súmernosti.

- Kritérium 1: počet štvorcov v útvaru (resp. rozmer štvorcovej siete)

Na základe uvedeného kritéria sú postupne tvorené úlohy gradovaného typu (obrázok 2), začínajúc útvarom so štyrmi štvorcami (2×2), cez útvary so šiestimi štvorcami (2×3 a 3×2) až po útvar zložený z deviatich štvorcov (3×3).

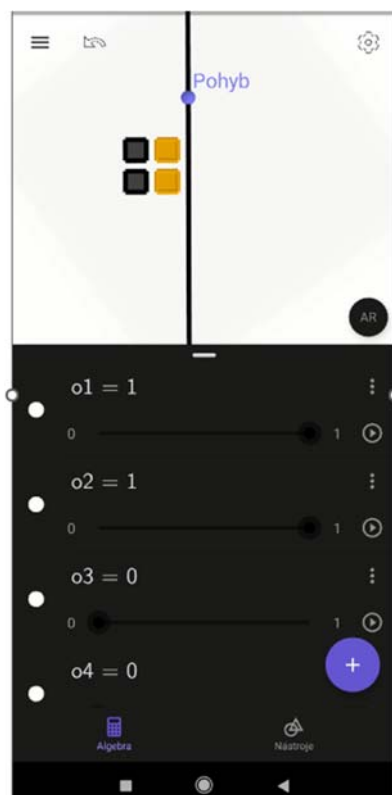


Obrázok 2. Gradácia úlohy v závislosti od počtu štvorcov

V uvedenom kontexte sú pre použitie technológie AR, v rámci projektu KEGA 036PU-4/2021, vytvorené applety (GeoGebra), separátne pre každý typ útvaru v závislosti od počtu štvorcov tak, aby bolo možné definovať farbu štvorcov. Užívateľ si pri voľbe úloh vyberá z týchto možností, v závislosti od požadovanej náročnosti zadávanej úlohy.

- Kritérium 2: počet štvorcov rôznej farby

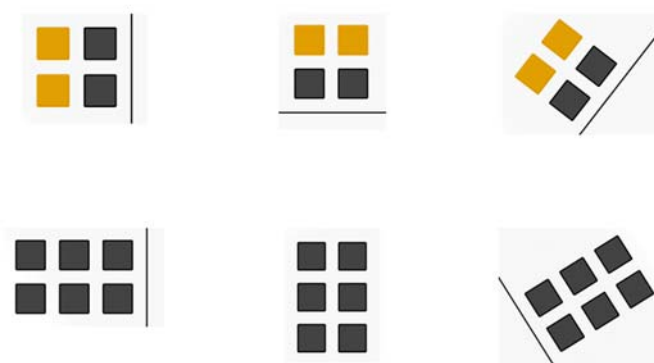
V popisovanej úlohe sú použité dve farby pre štvorce nachádzajúce sa v útvaru – čierna a žltá. Podľa pomeru počtu štvorcov rôznej farby sú tvorené gradované úlohy. Pri tvorbe zadania úlohy, využitím aplikácie GeoGebra 3D Graphing Calculator, je možné vopred nadefinovať počet žltých a počet čiernych štvorcov, ako aj ich konfiguráciu. V závislosti od týchto kritérií existuje pomerne efektívna cesta pre tvorbu úloh rôznej náročnosti. Na obrázku 3 je ukážka pre útvar typu 2×2 , kde každý štvorec je identifikovaný ako objekt (o_1, o_2, o_3, o_4), ktorému je priradená jedna z dvoch hodnôt (0 – čierna, 1 – žltá). Požadovanú hodnotu parametra volí a mení sám užívateľ zakliknutím prislúchajúcej možnosti. Voľbu počtu a rozmiestnenia štvorcov v závislosti od farby realizuje buď učiteľ alebo žiak. Tvorba vzoru môže byť náhodná, ale aj vopred naplánovaná s ohľadom na počet a konfiguráciu štvorcov rôznej farby. Parameter môže učiteľ prezentovať napríklad aj pomocou kódovania konkrétnych elementov ($o_1-1, o_2-1, o_3-0, o_4-0$). Pracujeme na vyššej úrovni abstrakcie v symbolickom móde, kde každému elementu je priradená daná vstupná hodnota, ktorá znamená voľbu farby.



Obrázok 3. Definovanie vstupných podmienok úlohy – počet štvorcov rôznej farby

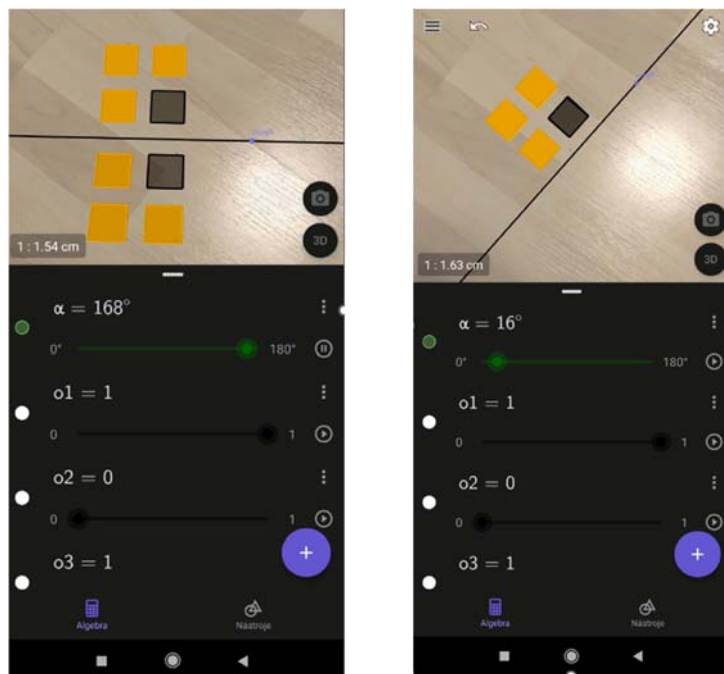
- Kritérium 3: orientácia osi súmernosti

Ďalším kritériom, na základe ktorého je možné tvoriť gradované úlohy, je orientácia osi súmernosti. Na najnižšej úrovni náročnosti je vhodné voliť úlohy, kde je os súmernosti orientovaná zvislo, pokračujeme s úlohami s vodorovnou osou súmernosti a nakoniec sú to úlohy, kde je potrebné pracovať s osou súmernosti umiestnenou „šikmo“ (obrázok 4). Ramful, Ho & Lowrie (2015) uvádzajú, že v úlohách, kde je os súmernosti v inej pozícii ako vertikálnej, či horizontálnej, môže byť nápomocná práca so štvorcovou sieťou. V úlohách, kde je os súmernosti orientovaná „šikmo“, žiaci často využívajú zmenu orientácie polohy osi na vertikálnu, ktorá je považovaná za najprirodzenejšiu.



Obrázok 4. Gradácia úlohy v závislosti od orientácie osi súmernosti

Pri použití technológie AR existuje možnosť vopred definovať orientáciu osi súmernosti. Pri práci s vytvoreným appletom, použitím aplikácie GeoGebra 3D Graphing Calculator, je možné vopred definovať aj tento vstupný údaj uchytením a otáčaním osi súmernosti (obrázok 5).



Obrázok 5. Definovanie vstupných podmienok úlohy – orientácia osi súmernosti

V závislosti od konkrétne zvoleného kritéria (kritérií) kognitívnej náročnosti sa dajú flexibilne tvoriť úlohy s ohľadom na úroveň poznatkov a myslenia cieľovej skupiny žiakov. Technológia rozšírenej reality predstavuje v procese tvorby úloh nástroj na definovanie a zmenu vstupných podmienok, na základe ktorých sú generované úlohy prispôbené konkrétnemu žiakovi, či skupine žiakov.

3.2. Technológia AR v procese riešenia úlohy

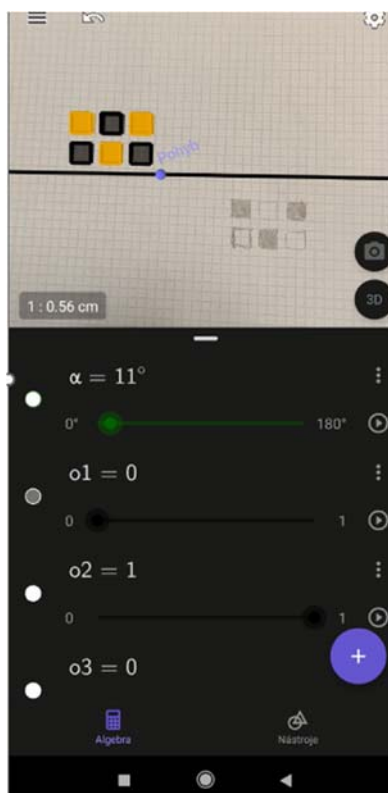
Technológia rozšírenej reality má potenciál nielen pri tvorbe úloh gradovaného charakteru na základe voľby vstupných kritérií, ale aj v procese riešenia úlohy, ako aj pri kontrole a overení korektnosti prezentovaného riešenia. Nástroje využívajúce technológiu rozšírenej reality je možné aplikovať v kontexte matematických úloh v troch etapách procesu riešenia úlohy:

- vstup – tvorba úloh rôznej náročnosti v závislosti od konkrétneho gradačného kritéria,
- proces – proces znázornenia riešenia, modelovanie procesu tvorby obrazu daného útvaru v osovej súmernosti,
- výstup – kontrola, overenie správnosti riešenia (vytvoreného obrazu).

Pri tvorbe a riešení úlohy je vhodné vytvoriť priestor na zoznámenie sa s funkcionalitami appletu, kedy má užívateľ možnosť skúmať princíp zadávania a zmeny vstupných kritérií v úlohe, mení farbu štvorcov, ich rozmiestnenie, oboznámi sa s ich kódovaním a spozná možnosti na zmenu orientácie osi súmernosti. Pri tvorbe zadania úlohy AR umožňuje učiteľovi efektívne pripraviť úlohy rôzneho typu bez toho, aby ich musel vopred editovať vo verzii pero-papier. Na druhej strane je tu aj možnosť pre žiaka samostatne si voliť typ úlohy v závislosti od jeho schopností, vyberať úlohy na rozličných úrovniach náročnosti a flexibilne prechádzať k úlohám náročnejším, ale aj k jednoduchším.

V danom type úlohy, kde ide o vytvorenie obrazu útvaru v osovej súmernosti, je technológia AR využitá v zmysle modelovania procesu tvorby obrazu, ktorý je prezentovaný dynamicky.

Použitie AR má význam aj v etape venovanej kontrole správnosti riešenia úlohy, kedy existuje viacero prístupov. Napríklad žiak má možnosť overiť si správnosť svojho riešenia vytvoreného vo verzii pero-papier a to tak, že objekt na mobilnom zariadení je nasmerovaný na vzor (na papieri), spustením tlačidla „pohyb“ je prezentovaný proces tvorby obrazu. Ak je riešenie správne, potom vytvorený obraz (na papieri) je zhodný s obrazom vytvorenom v AR (obrázok 6).



Obrázok 6. Overenie správnosti riešenia úlohy pomocou technológie AR

V prípade, že má žiak problém s modelovaním, znázornením obrazu daného útvaru, tak má možnosť riešenie modelovať využitím AR. Výhoda AR je v tom, že proces je dynamický, žiak vidí, ako je obraz vzoru vytváraný.

4. Rozšírená realita pri rozvoji matematických schopností

Aplikácia rozšírenej reality pri riešení matematických úloh má potenciál aj z pohľadu rozvoja matematických schopností a schopnosti učiť sa. Prezentovaná úloha môže byť transformovaná na úlohu, ktorá je prostriedkom pre rozvíjanie kognitívnych schopností, ako predpokladu schopnosti učiť sa. Existencia možnosti modifikovať úroveň náročnosti úlohy vytvára priestor na zmenu vnímania úlohy ako na diagnostický prostriedok posúdenia kognitívnych deficitov žiakov (Prídavková & Kovalčíková, 2020). Predstavené sú návrhy na aplikáciu daného matematického obsahu s použitím technológie rozšírenej reality z pohľadu rozvoja matematických schopností.

- Učiteľ diktuje postupnosť čísel, napr. 1, 3, 4, predstavujúce kódy polohy štvorcov, ktoré budú žltej farby. Žiak podrží postupnosť čísel vo svojej pracovnej pamäti a modeluje objekt, vzor, ktorého obraz je potrebné vytvoriť v danej osovej súmernosti. Zvyšovaním úrovne náročnosti, napríklad z pohľadu počtu štvorcov, dochádza k rozvoju pracovnej pamäti.

- Jeden žiak (Z1) vytvorí vzor na svojom mobilnom zariadení, ten pretransformuje do kódu, ktorý nadiktuje druhému žiakovi (Z2). Kód identifikuje rozmiestnenie čiernych a žltých štvorcov vo vzore. Z2 modeluje na svojom mobilnom zariadení vzor na základe zadaného kódu. Nasleduje porovnanie vytvorených vzorov na mobilných zariadeniach oboch žiakov, ktoré by mali byť identické. Ak sú rozdielne, žiaci medzi sebou diskutujú a hľadajú príčiny vzniknutých rozdielov, čím je vytvorený priestor na rozvoj schopnosti argumentovať, analyzovať, identifikovať chyby a ich príčiny.
- Jeden žiak (Z1) vymodeluje vzor na svojom mobilnom zariadení. Druhý žiak (Z2) si ho prezrie, snaží sa zapamätať si ho a vymodelovať na svojom zariadení. V tomto prípade je rozvíjaná vizuálna pamäť, ako aj schopnosť komparácie.
- Vzor je prezentovaný v printovej podobe (na papieri, pracovnom liste). Úlohou žiaka je modelovať daný vzor na mobilnom zariadení (vizuálna pamäť). Modifikácia zadania: daný je obraz útvaru v printovej verzii, na papieri. Úlohou je vytvoriť na mobilnom zariadení vzor daného útvaru (obrazu) v danej osovej súmernosti, pričom orientáciu osi súmernosti je možné meniť podľa požadovanej úrovne náročnosti.

Existuje mnoho ďalších prístupov k modifikácii zadania a práce s úlohou prezentovaného typu. Treba zdôrazniť, že aplikáciou nástrojov využívajúcich technológiu rozšírenej reality sa vytvárajú podmienky pre rozvoj kognitívnych schopností nevyhnutných pre porozumenie konceptu osová súmernosť. Ako uvádzajú Kovalčíková & Prídavková (2021) v procese riešenia úlohy sú stimulované exekutívne funkcie (kognitívna flexibilita, analytická percepcia, pracovná pamäť, mentálna rotácia), ktoré predstavujú kľúčový determinant rozvoja schopnosti učiť sa.

5. Záver

Technológia rozšírenej reality (augmented reality - AR) predstavuje edukačný prostriedok podporujúci tvorbu modelov matematických konceptov a možností manipulácie s nimi (Hnatová & Hnat, 2019c). Výhody zaradenia nástrojov využívajúcich rozšírenú realitu vo vyučovaní vidíme v niekoľkých rovinách. Jednou z nich je možnosť modelovania rôznych typov reprezentácií daného konceptu, od enaktívnych, cez ikonické až po symbolické (Bruner, 1960). Využitie enaktívnych modelov v digitalizovanej forme prináša novú dimenziu v procese učenia sa z pohľadu skúmania vlastností a procesu znázorňovaní útvaru v osovej súmernosti. Technológia AR dopĺňa, v niektorých prípadoch aj nahrádza, edukačné materiály v printovej podobe. V prezentovanej úlohe nástroje AR umožňujú efektívne a optimálne pripraviť úlohy rôznej úrovne náročnosti v závislosti od schopností konkrétneho žiaka. V neposlednom rade implementácia AR do procesu riešenia úloh na osovú súmernosť vytvára podmienky pre rozvíjanie priestorovej orientácie, pracovnej pamäti, schopnosti analyzovať, argumentovať, komparovať, zovšeobecňovať. Zmysel využívania digitálnych nástrojov pri rozvíjaní predstáv o pojme symetria potvrdzujú aj Hoyles & Healy (1997), podľa ktorých nástroje tohto typu predstavujú prostriedok na vnímanie vizuálnych vzťahov a symbolických reprezentácií. Skúmanie využívajúce dostupné digitálne technológie prispieva k obohateniu rôznych prístupov pri učení sa a vyučovaní problematiky priestorovej predstavivosti. Digitálne technológie poskytujú nové možnosti pre tvorbu reprezentácií, manipulácií a procesov z oblasti geometrie a vytvára sa tak priestor pre hlbšie konceptuálne porozumenie a prepojenie rôznych významov a spôsobov zaobchádzania (Jones & Tzekaki, 2016). Zaradenie nástrojov využívajúcich rozšírenú realitu v edukačnom procese má aj svoje limity, ako je napríklad možnosť odmietnutia AR zo strany učiteľov, potreba zmeny v obsahu a v prístupoch k vyučovaniu matematiky (Hnatová & Hnat, 2019b).

Prezentované boli prvotné námety návrhov využitia technológie rozšírenej reality do matematickej edukácie na primárnom stupni vzdelávania, konkrétne v tematickej oblasti osovej súmernosti. Súčasťou návrhov, vytváraných v rámci projektu KEGA 036PU-4/2021, bude príprava metodických podporných materiálov, ktoré budú postupne začlenené do vybraných oblastí pregraduálnej matematickej prípravy budúcich učiteľov primárneho stupňa vzdelávania. Technológia AR má potenciál pri rozvoji matematických schopností žiakov rôznej úrovne myslenia, predstavuje nástroj na tvorbu úloh gradovanej úrovne kognitívnej náročnosti a poskytuje možnosti pre úspešné riešenie matematických problémov rôznymi stratégiami. Prácu s materiálmi využívajúcimi technológiu AR možno považovať za jeden z prístupov pre obohatenie vyučovania v danej problematike.

Acknowledgements

Príspevok je výstupom grantového projektu KEGA 036PU-4/2021 *Technológia rozšírenej reality v profesijnej matematickej príprave budúcich učiteľov elementaristov*.

Literatúra

- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Oxford, England: Harvard University Press.
- Hnatová, J., & Hnat, A. (2019a). Rozšírená realita vo vzdelávaní. In: *Osvita u suspil'stvo 4*. (s. 100–108). Berďansk: Berďanskij deržavnyj pedahohičnyj universitet.
- Hnatová, J., & Hnat, A. (2019b). SWOT analýza zaradenia technológie rozšírenej reality do vzdelávania. In: *Miedzy teoria pedagogiczna a praktyka edukacyjna. Annales Pedagogicae Nowy Sandes-Presoves VIII* (s. 75–83). Nowy Sacz: Poľsko.
- Hnatová, J., & Hnat, A. (2019c). Rozšírená realita v testových položkách umožňujúcich interaktívne sebahodnotenie matematického výkonu edukanta. In: *Vysokoškolská edukácia pre „digitálnu“ spoločnosť v „informačnej spoločnosti* (s. 8–19). Košice: TU v Košiciach.
- Hoyles, C., & Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2(1), 27–59.
- Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the teaching and learning of geometry. In: *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 109–149). Rotterdam: Sense.
- Krevelen, R. V., & Poelman, R. (2010). A Survey of Augmented Reality Technologies, Applications and Limitations. *The International Journal of Virtual Reality*, 9 (2), 1–20. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.454.8190&rep=rep1&type=pdf>.
- Kovalčíková, I., & Prídavková, A. (2021). Dynamická stimulácia učebných schopností žiaka prostredníctvom matematickej úlohy. In: *Acta Paedagogicae. Presoves - Nova Sandes* (s. 85–93). Prešov: Vydavateľstvo PU.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for integrating technology in teachers' knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6), 1017–1054.
- Prídavková, A., & Kovalčíková I. (2020). Osová súmernosť ako matematický, edukačný i kognitívny fenomén. *e-Pedagogium*, 2020(3), 90–99. https://e-pedagogium.upol.cz/artkey/epd-202003-0007_osova-sumernost-ako-matematicky-edukacny-i-kognitivny-fenomen.php.

- Patsiomitou, S. (2008). The Development of Students Geometrical Thinking through Transformational Processes and Interaction Techniques in a Dynamic Geometry Environment. In: *Issues in Informing Science and Information Technology*. 2008(5), 355–393. <http://proceedings.informingscience.org/InSITE2008/IISITv5p353-393Pats457.pdf>
- Ramful, A., Ho, S. Y., & Lowrie, T. (2015). Visual and analytical strategies in spatial visualization: perspectives from bilateral symmetry and reflection. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 443–470.
- Sinclair, N., & Kaur, H. (2011). Young children's understanding of reflectional symmetry in a dynamic geometry environment. In B. Ubuz (Ed.), (2011). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Developing Mathematical Thinking*. (s. 193–200). Vol 4, Ankara, Turkey: PME.
- Xistouri, X. (2007). Students' ability in solving line symmetry tasks. In: *How do students from primary school discover the regularity*. (s. 526–535).