

VZÁJOMNÉ PRIENIKY TECHNOLOGICKÝCH, MATEMATICKÝCH A PEDAGOGICKÝCH ZNALOSTÍ PRI IMPLEMENTÁCII TECHNOLÓGIE ROZŠÍRENEJ REALITY DO VÝUČBY ŠTUDENTOV UČITEĽSTVA PRE PRIMÁRNE VZDELÁVANIE

Jana HNATOVÁ,

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovenská republika)

jana.hnatova@unipo.sk

Abstrakt

V príspevku je uvedená ukážka matematickej edukačnej aktivity spracovanej s využitím technológie rozšírenej reality, ktorá bola odskúšaná na seminároch predmetu Digitálne technológie v matematickom vzdelávaní v rámci pregraduálnej prípravy študentov v študijnom programe Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. Predkladaná aktivita vychádza z problémovej úlohy zameranej na rozvoj priestorovej predstavivosti a pri jej spracovaní bol využitý model TPAC umožňujúci konkretizovať zaradenie digitálnych technológií do edukačného procesu s prepojením na obsahové poznatky predmetu a pedagogické poznatky o výučbe. Výstupom je analýza riešení študentov, identifikácia a kategorizácia miskonceptov, ktorých sa študenti dopúšťali pred a po implementácii technológie rozšírenej reality do edukácie.

Kľúčové slová: model TPACK, AR technológia, geometria

THE INTERSECTIONS OF TECHNOLOGICAL, MATHEMATICAL AND PEDAGOGICAL KNOWLEDGE IN THE IMPLEMENTATION OF AUGMENTED REALITY TECHNOLOGY IN TEACHING OF PRIMARY EDUCATION TEACHING STUDENTS

Abstract

The paper presents a sample of mathematical educational activity processed using augmented reality technology. It was tested in seminars on the subject of Digital Technologies in Mathematical Education as part of the undergraduate preparation of students in the study program Teacher Training for Primary Education. The presented activity is based on a problem task focused on the development of spatial imagination and its processing was used the TPAC model to concretize the inclusion of digital technologies in the educational process with a link to the content knowledge of the subject and pedagogical knowledge about teaching. The output is an analysis of students' solutions, identification and categorization of misconceptions that students committed before and after the implementation of augmented reality technology into education.

Keywords: model TPACK, AR technology, geometry

1. Úvod

Ak sa na vzdelávanie s efektívnym využitím digitálnych technológií pozrieme z pohľadu pregraduálnej prípravy učiteľa na primárnom stupni vzdelávania zistíme, že je potrebné v jeho príprave prepájať viaceré navzájom sa ovplyvňujúce oblasti poznania.

Prvá oblasť je tvorená edukačným obsahom, ktorý má študent učiteľstva ako budúci učiteľ na vyučovacích hodinách matematiky svojim žiakom sprístupniť. Východiská sú v rámci formálneho vzdelávania prebiehajúceho na primárnom stupni základných škôl dané záväznými kurikulárnymi dokumentami v podobe štátneho a školského vzdelávacieho programu. Tie majú vo vzdelávacom štandarde definovať všeobecnú úroveň tohto vzdelávania tak, aby boli dostatočne náročné, no zvládnuteľné naprieč všetkými vzdelávacími oblasťami. Je potrebné si uvedomiť, že podľa ŠPÚ (2019) má odborná matematická pripravenosť učiteľa priamy dopad na jeho dôveryhodnosť, schopnosť motivovať žiakov, ako aj postarať sa o matematické talenty (ŠPÚ, 2019).

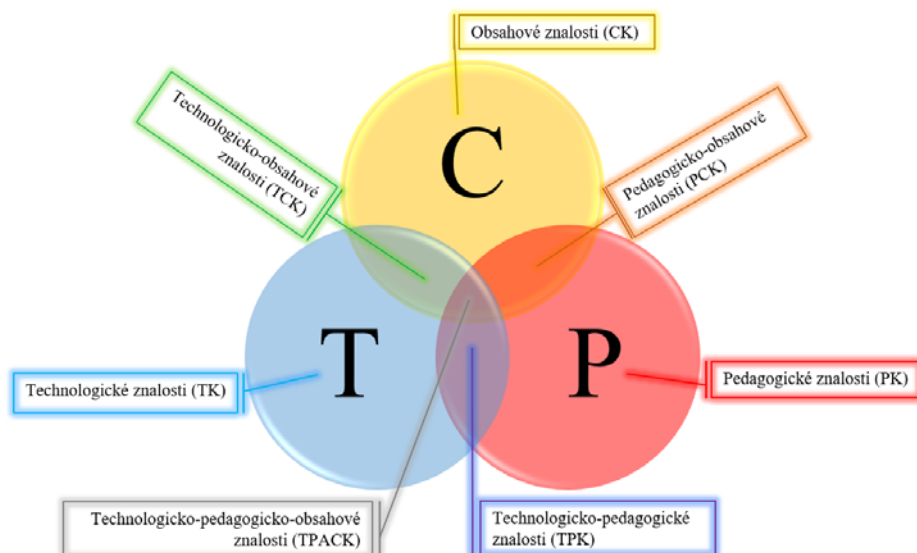
Samotný priebeh - realizácia vzdelávania vychádza z existujúceho portfólia všeobecných a špecifických pedagogických postupov, ktoré si budúci učiteľ v rámci pregraduálneho vzdelávania osvojuje na úrovni ich teoretického zvládnutia a možného aplikačného použitia v edukačnej praxi. Tým je vytváraná jeho druhá, laickou i odbornou verejnosťou očakávaná, pedagogická oblasť poznania.

Výber metód z portfólia učiteľa však súvisí nielen s predmetným vzdelávacím obsahom, ale taktiež aj s učiteľovi dostupnými digitálnymi technológiami, ktoré nielenže sám ovláda ale dokáže ich aj do výučby začleniť. Tie možno, pri takomto spôsobe vzdelávania, považovať za tretiu oblasť vplyvu. Konkrétna vzdelávacia aktivita, realizovaná učiteľom na hodine matematiky, je z tohto pohľadu kreovaná ako prienik znalostí učiteľa naprieč uvedenými oblasťami.

Z existujúcich rámcov konkretizujúcich prístupy začlenenia vybranej technológie do vzdelávania (Kaiser & Stender, 2013), sa v tomto príspevku zameriame na model TPACK, z ktorého budeme vychádzať aj pri popise nami spracovanej edukačnej aktivity.

2. Model TPACK

Model TPACK je založený na snahe efektívne integrovať technológie do vyučovacieho procesu zdôraznením prepojenia medzi sprístupňovaným obsahom, pedagogickým pôsobením a použitými technológiami (Harris, Mishra & Koehler, 2009). V tomto modeli (obr. 1) je možné Vénovým diagramom znázorniť nielen tri vzájomne sa ovplyvňujúce oblasti poznania učiteľa – znalosti obsahu (CK z ang. *content knowledge*), pedagogické znalosti (PK z ang. *pedagogical knowledge*) a technologické znalosti (TK z ang. *technological knowledge*) ale aj ich spoločné interakcie v podobe existujúcich prienikov.



Obrázok 1. Model TPACK a jeho znalostné komponenty
(zdroj: spracované podľa Harris, Mishra & Koehler, 2009)

Obsahové znalosti sú v tomto kontexte chápané ako systém poznatkov týkajúcich sa predmetu výučby, ktoré musí učiteľ obsiahnuť.

Pedagogické znalosti učiteľa sú tvorené znalosťami o stratégiách, technikách a metódach vyučovania, učenia sa a hodnotenia. Na ich základe dokáže učiteľ naplánovať a vyhodnotiť priebeh edukačného procesu. Prienik týchto dvoch oblastí tvoria vedomosti o tom, ako efektívne zapojiť žiakov do získavania poznatkov v danej téme. Dovoľujú učiteľovi vo vzťahu ku žiakom diferencovať sprístupňovanie nových poznatkov a ich prepájanie s doterajšími poznatkami na jednotlivých úrovniach s ohľadom na individuálne potreby žiakov.

Technologické znalosti predstavujú znalosti učiteľa o tom, ako integrovať dostupné technológie do vzdelávania. Podľa už zmieňovaných autorov (Kaiser & Stender, 2013, Harris, Mishra & Koehler, 2009) je vhodné technologické znalosti chápať v procesuálnej podobe, teda ako požiadavku na porozumenie informáciám v dostatočnom rozsahu na to, aby ich učiteľ dokázal produktívne aplikovať vo svojej pedagogickej praxi s cieľom aktivizovať učenie študentov. Ich prienik s pedagogickými znalosťami dovoľuje učiteľovi identifikovať zmeny v učebných postupoch pri zaradení konkrétnych technológií do výučby a následne vyhodnotiť vzdelávacie kontexty, v ktorých žiaci dosahujú najlepšie výsledky. Prienik so znalosťami obsahu zahŕňa pochopenie spôsobu, akým je možné konkrétne technológie pri sprístupňovaní obsahu vzdelávania použiť a ako je obsah vzdelávania použitými technológiami spätne modifikovaný.

Výsledný prienik všetkých troch znalostných oblastí je podľa autorov (Harris, Mishra & Koehler, 2009) súhrnom odborných znalostí, ktoré technologicky a pedagogicky zdatní učitelia orientovaní na učebné osnovy používajú pri vyučovaní s cieľom ponúknuť žiakovi úspešné, diferencované a kontextovo citlivé učenie.

Model TPAC v sebe kumuluje poznatky, ako možno pomocou technológií zlepšiť výučbu s cieľom zvládnuť stanovený obsah vzdelávania. V nasledujúcich častiach budeme konkretizovať predovšetkým jednotlivé prieniky oblastí nami navrhutej aktivity, ktorá bola otestovaná vo výučbe predmetu Digitálne technológie v matematickej edukácii patriaceho ho skupiny povinne voliteľných predmetov študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie v študijných programoch magisterského stupňa štúdia na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove.

2.1. Pedagogicko – obsahová oblasť poznania

Impulzom pre našu edukačnú aktivitu bola úloha nasledujúceho znenia (Novomeský, Križalkovič & Lečko, 1967, s. 115):

„Každý predmet sa dá nakresliť do troch priemetní: nárysne, pôdorysne a bokorysne. Je to veľmi dôležité najmä pri zostrojovaní rôznych súčiastok. Ako asi vyzerá teleso, ktorého obrys je v pôdoryse kruh, v bokoryse trojuholník a v náryse štvorec?“

Modifikáciou požiadavky identifikovať priemety telesa v úlohe môže byť napríklad aktualizácia činností, v ktorých je takáto potreba nevyhnutnosťou (projektovanie a dizajn, počítačové modelovanie s možnosťou 3D tlače a pod.). Budúci učiteľ na primárnom stupni vzdelávania sa s takouto potrebou stretáva priamo v praxi pri výučbe tém v tematickom okruhu Geometria a meranie s možným presahom do tematického okruhu Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie. Tu je pri zdôvodnení potreby vhodné vychádzať zo štátneho vzdelávacieho programu (ďalej len ŠVP). Podľa uvedeného obsahového štandardu pracuje už žiak na prvom stupni napríklad s pojmom plán stavby, ktorý je zavedený ako pôdorys stavby s vyznačeným počtom na sebe stojacich kociek (ŠPÚ, 2014).

Na podklade výkonového štandardu ŠVP sú do učebníc matematiky na primárnom stupni vzdelávania zaradzované úlohy typu:

- postav jednoduchú stavbu z kociek podľa vzoru (t. j. reálnej stavby z kociek) a podľa obrázka – 2. ročník ZŠ,
- postav stavbu z kociek na základe plánu a vytvor plán stavby z kociek podľa vzoru a podľa obrázka – 3. ročník ZŠ,
- vytvor a slovne opíš vlastnú stavbu z kociek, vytvor z kociek rôzne stavby podľa plánu, nakresli plán stavby z kociek – 4. ročník ZŠ.

Obrázok stavby pritom štandardne zobrazuje stavbu z kociek vo voľnom rovnobežnom premietaní alebo v pravouhlom premietaní do troch pohľadov (obr. 2).

2 a) Podľa obrázkov postav stavbu z kociek.
b) Dokresli pohľady na stavby.

Pohľad spredu

Pohľad zhora

Pohľad z boku

Obrázok 2. Ukážka úlohy k stavbám z kociek v 2. ročníku ZŠ
(zdroj: Repáš & Janičiarová, 2018, s. 24)

Z pohľadu výberu vyučovacích metód by malo byť podľa kurikulárnych dokumentov učenie matematiky: „...pre žiakov zaujímavé, aby sa u nich formoval pozitívny vzťah k matematike a aby ju vnímali ako nástroj na riešenie problémových úloh každodenného života.“ (ŠPÚ, 2014, s. 3).

Impulznú úlohu je možné začleniť k úlohám vychádzajúcim z kontextu reálnej situácie so zakomponovanými matematickými konceptami. Podľa Kovalčíkovej a Prídavkovej (2021) je takúto úlohu možné považovať za štandardný stimulant dosahovania kognitívnych cieľov vo výučbe matematiky. Ak je zvolená úloha zároveň nositeľom vysokej variability vznikajúcich matematických situácií, dovoľuje učiteľovi vygenerovať celú skupinu úloh tzv. stravec úloh, ktorého charakteristickou črtou je prenositeľnosť stratégie riešenia z východzej matematickej situácie na obmenené úlohy v danom strapci (Kopka, 2010). V našom prípade je variabilita dosahovaná možnými modifikáciami tvarov obrysov jednotlivých priemetov telesa. Tie umožňujú variovať náročnosť úloh v jednom strapci v súlade s požiadavkami kladenými na žiakov v danej úrovni i naprieč viacerými úrovňami matematickej edukácie, a to od primárneho až po prvý stupeň vysokoškolského vzdelávania (Hnatová & Hnat, 2021).

Didaktická príprava zaradenia strapca modifikovaných úloh gradovanej náročnosti do výučby je pre učiteľa výzvou. Vychádzať môže z existujúceho portfólia vyučovacích metód, organizačných foriem, učebných pomôcok a dostupnej didaktickej techniky, ktoré selektuje na základe obsahového kontextu vzdelávania, špecifik cieľovej skupiny ako aj na základe svojej osobnej skúsenosti s ich aplikáciou do výučby matematiky.

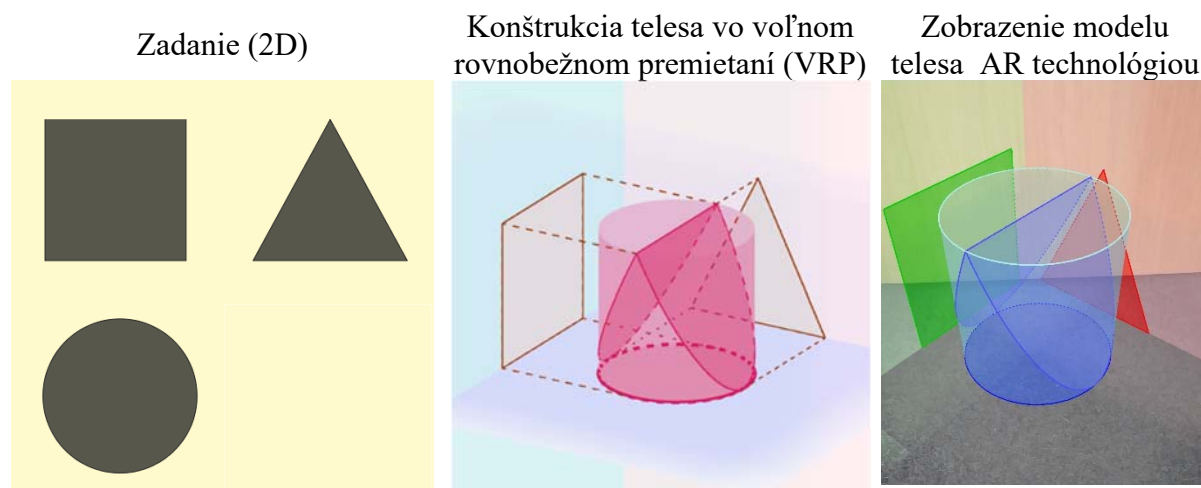
Vychádzajúc z obsahového kontextu nami zvolenej matematickej úlohy je výstup zameraný na rozvoj priestorovej predstavivosti študentov s využitím individuálnych a skupinových činností spojených s výrobou a manipuláciou s modelom, ktorý môže, vďaka súčasnému stavu rozvoja digitálnych technológií, existovať ako v skutočnom, tak aj vo virtuálnom prostredí. Úloha bola najprv študentmi riešená bez využitia technológie rozšírenej reality (ang. *augmented reality*, skr. AR), tak následne aj s možným využitím digitálnych technológií (ďalej DT) dovoľujúcich zostrojiť trojrozmerný model telesa a zobraziť ho, v prípade potreby, s využitím technológie AR.

2.2. Technologicko-obsahová oblasť poznania

Začlenenie vybranej technológie do výučby na hodine matematiky môže, podľa našej skúsenosti, rozhodným spôsobom podporiť aktívne zapojenie žiakov do hľadania stratégie riešenia zvoleného matematického problému. Nakoľko zvolená úloha spadá do oblasti stereometrie a umožňuje použiť vizualizáciu telesa v podobe 3D modelu, výber vhodnej technológie je ovplyvnený požiadavkami zameranými na konštrukciu trojrozmerného modelu telesa pomocou špecializovaného softvéru. Ten by mal:

- byť bezproblémový z pohľadu inštalácie, vhodnej jazykovej mutácie, finančnej dostupnosti, podpory v podobe dostupnosti výučbových materiálov,
- disponovať priateľským užívateľským rozhraním s ponukou nástrojov umožňujúcich vytvárať trojrozmerné prezentácie tvarov a povrchov 3D modelov aspoň elementárnych telies (tzv. primitív).

Uvedené požiadavky na dostačujúcej úrovni splňa voľne dostupný softvér GeoGebra Classic 5, resp. 6 ako aj jedna z jeho online dostupných mobilných aplikácií - GeoGebra 3D (dostupná na <https://www.geogebra.org/download>). Ich pridanou hodnotou je dynamické prepojenie 3D konštrukcií s technológiou AR (obr. 3). Pri konštrukcii zadania v 2D zobrazení bol použitý spôsob zakresľovania pôdorysu, nárysu a bokorysu využívaný v technickom kreslení.



Obrázok 3. Zadanie úlohy, vizualizácia jej riešenia vo VRP a v AR v programe GeoGebra

2.3. Technologicko – pedagogická oblasť poznania

Pedagogická činnosť učiteľa, zameraná na dosiahnutie stanovených edukačných cieľov v rámci zvolených aktivít, má priamy dopad na spôsob použitia vybraných digitálnych technológií. Núti učiteľa zamyslieť sa nad tým, ako sú ním samým v konkrétnej vzdelávacej aktivite technológie využívané, ale taktiež, ako budú v aktivite tieto technológie využívané jeho študentmi.

Rovnako digitálne technológie svojimi možnosťami spracovania informácií dokážu spätne ovplyvniť učiteľa nielen pri stanovovaní cieľov, ale taktiež ponúkajú príležitosti na obmieňanie metód a foriem práce napríklad so zámerom personalizovať vzdelávací proces.

Vychádzajúc z nášho projektu, ktorého cieľom je začlenenie technológie rozšírenej reality do profesijnej matematickej prípravy budúcich učiteľov elementaristov, sa v ďalšom popise možného využitia digitálnych technológií sústreďujeme viac na technológiu rozšírenej reality. Podľa viacerých autorov (Schutera et al., 2021) je rozšírená realita so svojimi možnosťami intuitívnej vizualizácie a interakcie, predurčená na využitie v edukácii, a to z viacerých dôvodov:

- dovoľuje prekrytie reality virtuálnymi objektami v reálnom čase, čím pohľad na reálny svet dopĺňa a obohacuje o ďalšie – inak pre študenta nedostupné informácie multimediálneho charakteru,
- podporuje zaradenie bádateľských a objaviteľských metód do výučby, pričom technológia AR umožňuje študentovi interagovať s virtuálnymi objektami a dovoľuje mu vložené 3D modely ovládať a skúmať,
- podporuje personalizovaný prístup k učeniu, nakoľko doteraz realizované výskumy poukazujú na zlepšenie porozumenia obsahu vzdelávania, dlhodobé uchovanie informácií v pamäti, dosahovanie profitu najmä pre študentov so slabými výsledkami (Radu, 2014, Freitas & Campos, 2008),
- je taktiež využiteľná aj v kolaboratívnych činnostiach, umožňuje spoluprácu, podporuje komunikáciu medzi učiteľom a študentmi i medzi študentmi navzájom (Freitas & Campos, 2008, Baumgartner, 2013),
- oproti ostatným technológiám umožňujúcim čiastočné alebo úplné ponorenie sa do virtuálneho sveta, je z hľadiska softvéru i hardvérového vybavenia dostupnejšia, a teda v škole ľahšie implementovateľná.

Výsledným prienikom všetkých troch znalostných oblastí učiteľa v rámci modelu TPAC je spracovanie konkrétnej edukačnej aktivity, ktorá demonštruje, ako možno zaradením DT (v našom prípade AR) modifikovať výučbu s cieľom naplniť stanovený obsah vzdelávania. V ďalšej časti popíšeme čiastkové výsledky dosiahnuté v skupine študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie pred a po zaradení AR technológie do pripravenej aktivity.

3. Prvotné skúsenosti z praxe

Do edukačnej aktivity bola zapojená skupina študentov 2. ročníka magisterského štúdia študijného odboru Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie v rámci seminára k povinnej voliteľnej predmetu Digitálne technológie v matematickej edukácii, ktorý bol kvôli covidovým opatreniam realizovaný dištančnou formou. V prvej fáze bolo študentom na online seminári sprístupnené modifikované znenie pôvodnej úlohy:

Každý predmet sa dá nakresliť do troch priemetní: náryrsne, pôdorysne a bokorysne. S takouto požiadavkou sa stretávame v edukačnej praxi v primárnej edukácii pri výučbe tém v tematickom okruhu Geometria a meranie, ale aj pri práci s digitálnymi technológiami, napríklad pri 3D modelovaní.

V tomto zadaní nás bude zaujímať, ako asi vyzerá teleso, ktorého obrys je v pôdoryse kruh, v bokoryse trojuholník a v náryse štvorec?

Modifikácia je badateľná vo formálnej úprave zdôvodnenia potreby riešenia úloh takéhoto typu bez zmeny matematického obsahu pôvodnej úlohy. Študenti mohli svoje riešenia spracovať akoukoľvek elektronickou formou a odovzdať do termínom ohraničeného zadania v kurze LMS Moodle. Zároveň bola v kurze ponúknutá možnosť doplniť riešenie komentárom ohľadom zvolenej stratégie riešenia. Účasť študentov bola postavená na báze dobrovoľnosti. Tá bola, v prípade korektného spracovania, ocenená bodovým benefitom v priebežnom hodnotení študenta v predmete. Po absolvovaní seminárov venovaných práci s programom GeoGebra, ktorý dovoľuje vytvárať 3D modely telies a zobrazovať ich technológiou AR, bolo študentom sprístupnené znenie obmenenej úlohy s opätovnou požiadavkou jej riešenia. Obmena spočívala v zámene tvarov obrysov v náryse a bokoryse hľadaného telesa. Aj v tomto prípade bola účasť študentov postavená na báze dobrovoľnosti s prípadným možným ziskom bodového benefitu v priebežnom hodnotení študenta.

Napriek ponúknutým bonusom sa 11 študentov (tj. 37,93 % z celkového počtu 29 študentov) do aktivity v žiadnej jej fáze nezapojilo a vypracovanie úloh do daného termínu neodovzdalo. Dôvody ich rozhodnutia zisťované neboli. Prekvapivým bola rôznorodosť formy i kvality obsahového spracovania výstupov zapojených študentov. Tie sme následne podrobili analýze profilu. Pre zvýšenie prehľadnosti budeme jednotlivé analyzované prípady pomenovávať náhodne vybranými menami študentov idúcimi v abecednom poradí.

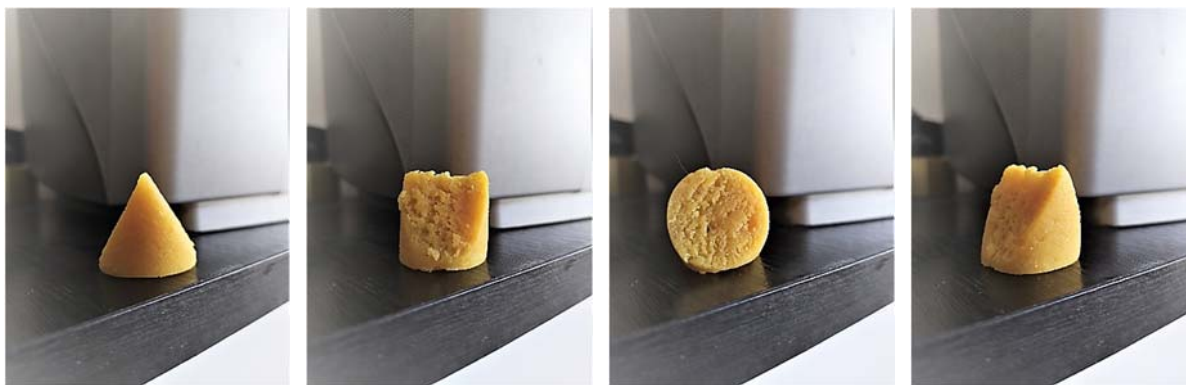
Anna a Betka (tj. 2 študentky – 11,11 % z celkového počtu študentov zapojených aspoň do jednej fázy edukačnej aktivity) dospeli ku korektnému výslednému zobrazeniu hľadaného telesa už pred znalosťou práce s 3D. Je skutočnosťou, že obe pri hľadaní riešenia využili tvorbu reálneho 3D modelu. Anna, uvedomujúc si nedokonalosť vytvoreného modelu, doplnila jeho digitalizovanú podobu ďalšími informáciami v podobe farebného zvýraznenia hrán. Tento fakt uvádza aj v slovnom komentári k úlohe, v ktorom zdôvodňuje zvolený postup slovami:

„Ak je vrchná hrana telesa, výška telesa a priemer podstavy rovnakej dĺžky, tak je priemetom štvorec. Moje teleso je zrezaný valec, kde je rez od priemeru hornej podstavy valca vedený smerom k okraju dolnej podstavy na obidve strany, takže zboku smerom do rovnoramenného trojuholníka. Keďže to však neviem presne nakresliť a pri riešení bolo možné použiť ľubovoľný spôsob zobrazenia telesa, tak som použila sviečku, čo nebolo jednoduché, ale hádam to postačí :) nahrála som vypracovanie aj s náčrtmi pomocou fotiek.“ (obr. 4).

Obrázok 4. Študentské riešenie úlohy prípad *Anna*

V citovanom zdôvodnení je jasne badateľný implikačný argumentačný prístup študentky k riešeniu úlohy. Rovnako spôsob vyjadrovania a používania terminológie svedčí o pochopení a orientovaní sa v riešenej problematike. Použitie digitálnych technológií, ktoré táto študentka pri riešení úlohy zvolila, má jednoznačne substitučný charakter. Svoju neznalosť konštrukcie rezu valca rovinou vyriešila tvorbou reálneho modelu. Po oboznámení sa so softvérovými možnosťami riešenia svojho problému použila v ďalšej úlohe rovnakú stratégiu riešenia pričom výslednú konštrukciu rezu prenechala softvéru.

Komentár druhej študentky Betky bol o dosť strohejší a bez snahy o korektné použitie odbornej matematickej terminológie v jeho popise: „Vyskúšala som to na sójovej tyčinke. Tú som orezala a vyšiel mi taký klin. Len strany by mali byť hladšie a presnejšie.“ (obr. 5), rovnako boli pomenované i vložené súbory (*klin1.jpg* až *klin4.jpg*).

Obrázok 5. Študentské riešenie úlohy prípad *Betka*

Faktom pozorovateľným z dokladovaného obrazového zdroja (obr. 5) je snaha študentky prezentovať zachovanie tvaru priemetov vytvoreného telesa a jeho modelovanie pomocou rezov valca. Podrobnejší popis postupu, ani zdôvodnenie jeho korektnosti však študentka v komentári neuvádza. Text v komentári svedčí buď o nedôslednosti študentky alebo o terminologických nedostatkoch v jej odbornom vyjadrovaní. Podobne ako Anna, i ona pri riešení modifikovanej úlohy siahla po riešení s využitím technológie AR, ktoré bolo realizované vhodným postupom a so žiadúcim výsledkom.

Iné korektné riešenia prvej úlohy študentmi odovzdané neboli. V riešeniach ďalších študentov bolo možné identifikovať viaceré miskoncepty, ktoré kategorizujeme do nasledujúcich skupín aj s uvedením ukážok výskytu v praxi.

- Nepochopenie zadania úlohy (2 študentky - 11,11 %)

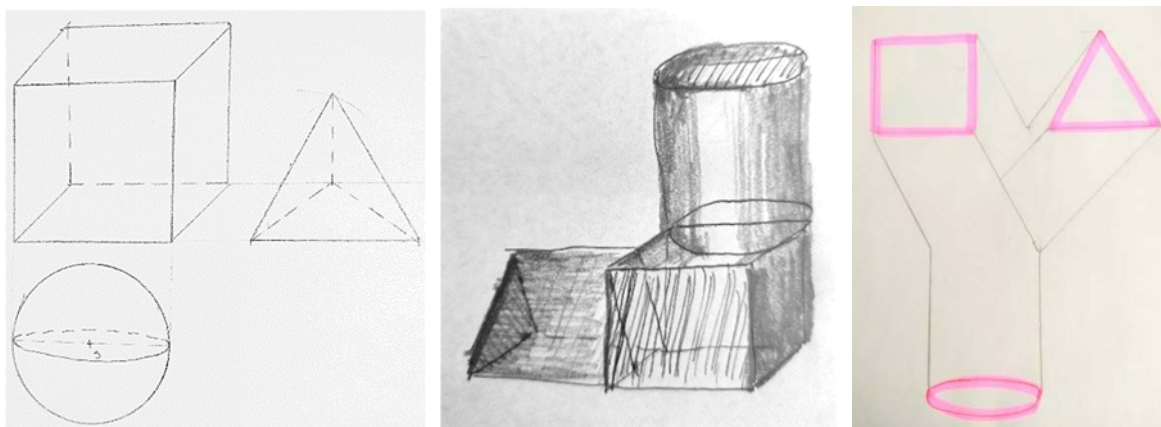
Študentka Celesta nehľadá jedno teleso s obrysmi daných tvarov v jeho priemetoch, ale ku každému priemetu nachádza jedno teleso, ktoré má vo všetkých svojich priemetoch obrys daného tvaru (obr. 6 vľavo). Študentka Dana miesto hľadania telesa popísala konštrukciu zadania t. j. štvorca, kružnice a chybné identifikovaného rovnostranného trojuholníka, pričom polohu týchto útvarov uvádza pomocou x -ových a y -ových súradníc jednotlivých vrcholov uholníkov a súradníc stredu kružnice.

Tieto chyby možno pripísať absencii čítania s porozumením (napr. zámena gramatických tvarov slova „teleso“ v jednotnom čísle a „súčiastok“ v množnom čísle) alebo vážnej neznalosti odbornej terminológie (identifikácie telies ako priestorových geometrických útvarov).

- Separátne chápanie zloženého telesa (3 študentky – 16,67 %)

Študentka Ela prezentuje ako hľadané riešenie zložené teleso, ktoré je vytvorené z troch telies - trojbokého hranola, kocky a valca. Po ich zložení do jedného celku však prestáva akceptovať tvar pôdorysu, nárysu a bokorysu výsledného telesa a zameriava sa len na jeho konkrétne „vyčnievajúce“ bazické časti (obr. 6 stred). Ďalšie riešenie sa od Elinho líši zamenou elementárnych telies v zloženom telese (polguľa miesto valca a trojboký ihlan miesto trojbokého hranola).

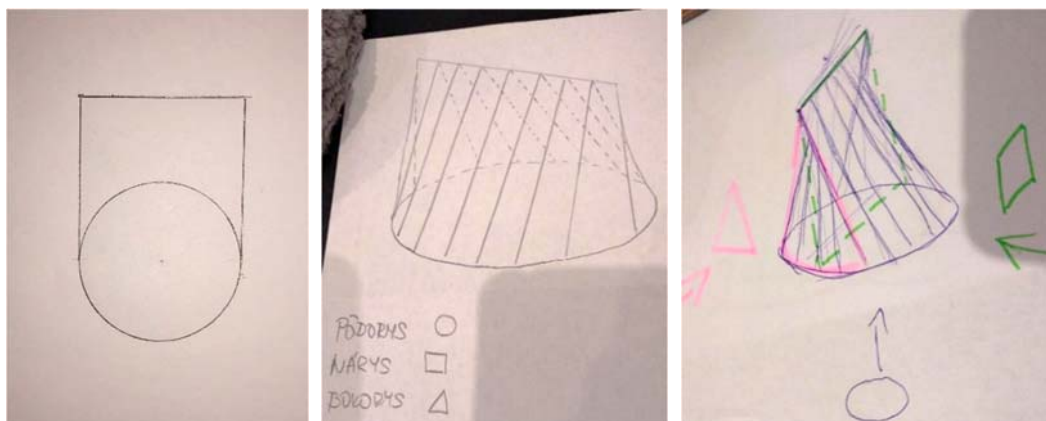
Študentka Filka chápe priemety telesa len ako otláčky vystupujúcich častí zloženého telesa (obr. 6 vpravo).



Obrázok 6. Chybné študentské riešenia úlohy – nepochopenie zadania (prípád *Celesta*), separátne chápanie zloženého telesa (prípady *Ela*, *Filka*)

- Intuitívne chápanie výsledného telesa bez schopnosti identifikovať existenciu, resp. tvar hrán telesa (5 študentiek – 27,78 %)

Študentky tejto skupiny dokázali správne identifikovať potrebu vychádzať pri hľadaní výsledného telesa z modelu valca. V rámci dosiahnutej úrovne priestorovej predstavivosti však zlyhávajú v načrtnutí korektného umiestnenia a tvaru hrán tohto telesa. V prípade vlastného náčrtu nie sú schopné posúdiť reálnosť existencie nimi načrtnutého telesa, resp. dodržanie tvarov jeho priemetov. Tento fakt možno demonštrovať napríklad neodkontrolovanou zmenou tvaru pôdorysu hľadaného telesa z požadovaného kruhu na n -uholník (obr. 7 stred a vpravo);

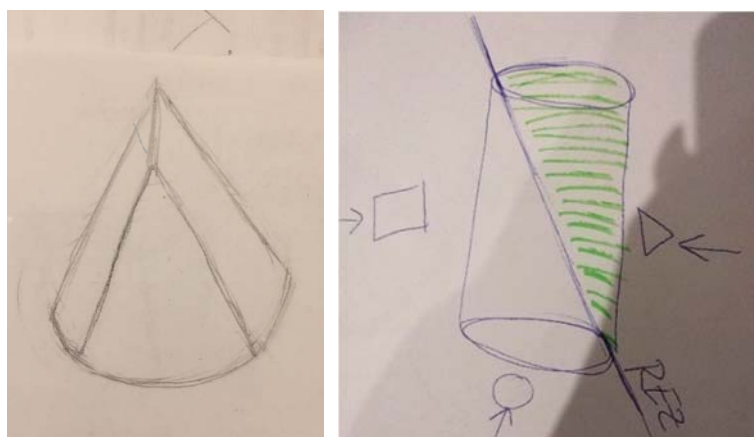


Obrázok 7. Chybné študentské riešenia úlohy – intuitívne modely telies

- Model telesa s konštrukčnou chybou (2 študentky – 11,11 %)

Do tejto kategórie miskonceptov sú zaradené výstupy dvoch študentiek prezentujúce náčrty telesa využívajúce rez valca jednou alebo dvoma rovinami rôznobežnými s podstavnou rovinou telesa, pri ktorom v riešeniach nebol zvládnutý náčrt rezu (obr. 8). Tento fakt svedčí o chýbajúcej skúsenosti študentiek s konkrétnymi modelmi rezov kužeľovej, resp. valcovej plochy.

Je zároveň potrebné uvedomiť si existujúce objektívne dôvody tohto stavu vychádzajúce z realizovanej redukcie obsahu učiva analytickej geometrie v stredoškolskej matematike. Téma kužeľosečiek nie je v súčasnosti obsiahnutá v ŠVP matematiky pre gymnázia so štvorročným alebo päťročným vzdelávacím programom (ŠPÚ, 2015), ani v cieľových požiadavkách na vedomosti a zručnosti, ktoré sú určené slovenským maturantom z matematiky (ŠPÚ, 2016).

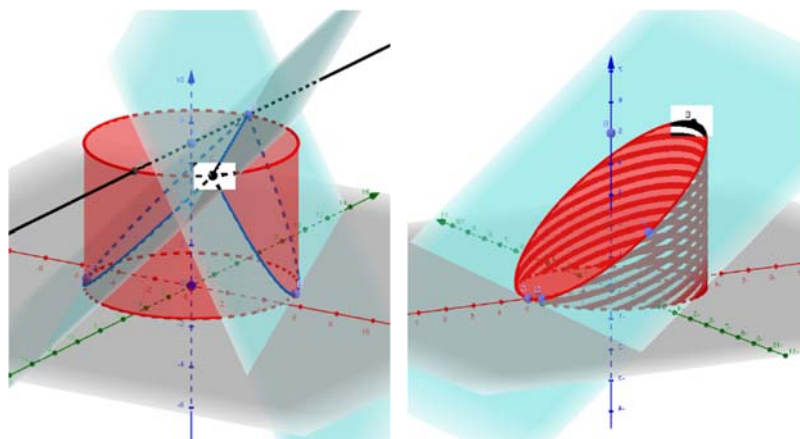


Obrázok 8. Ukážky chybných riešení úlohy s použitím rezu telesa

Kvôli úplnosti je tiež potrebné uviesť existujúce problémy s používaním odbornej matematickej terminológie, ktoré boli identifikované v komentároch študentov napríklad pri používaní pojmov: strana, hrana, stena, priemet a rez telesa (ukážka v komentári Betky).

Po absolvovaní seminárov venovaných práci s programom GeoGebra, ktorý dovoľuje vytvárať 3D konštrukcie a zobrazovať ich aj technológiou AR, bolo úlohou študentiek riešiť obmenu úlohy. Obmena spočívala v zámene tvarov nárysu a bokorysu hľadaného telesa. Konštrukciu spracovanú pomocou softvéru GeoGebra 3D v tomto prípade odovzdalo 18 z 21 študentiek prítomných na online seminári so 67,90% úspešnosťou jej vyriešenia.

Potešiteľné bolo, že aj všetky chybné riešenia, ktoré boli v tomto prípade identifikované, vychádzali z konštrukcie výsledného telesa pomocou rezu, resp. rezov valca. Ich realizácia však naďalej zlyhávala v dodržaní tvarov priemetov, resp. v korektnosti konštrukčného postupu. Umiestnenia bodov tvoriacich roviny rezov neboli totiž výsledkom konštrukčných krokov, skôr len odhadom miesta ich výskytu, čo potvrdila aj dynamická zmena vstupných údajov výkresov pri kontrole funkčnosti modelu (obr. 9).



Obrázok 9. Ukážky chybných riešení úlohy s využitím 3D konštrukcie

4. Analýza prípadov

Nižšia početnosť študentov zapojených do aktivity a práca s dostupným výberom nám dovoľuje sledovať posun v chybovosti riešenia úloh v rámci uvedenej kategorizácie miskonceptov pred a po implementovaní technológie AR a to nielen sumárne, ale aj procesuálne s možnou konkretizáciou v jednotlivých skúmaných prípadoch (tab. 1).

Tabuľka 1. Absolútna početnosť výskytu miskonceptov pred a po implementácii AR do edukačnej aktivity

| Kategoríe miskonceptov [Kód] | Výskyt | | Graf zmeny miskonceptov prípadov pred a po implementácii AR | |
|--|-----------|-----------|---|--|
| | pred AR | po AR | | |
| Neodovzdané zadanie [0] | 4 | 1 | <p>Graf zmeny miskonceptov prípadov pred a po implementácii AR</p> <p>Bez chyby [5]</p> <p>Konštrukčná chyba [4]</p> <p>Intuitívna konštrukcia [3]</p> <p>Separátne chápanie [2]</p> <p>Nepochopenie zadania [1]</p> <p>Neodovzdal zadanie [0]</p> <p>• pred AR ○ po AR</p> | |
| Nepochopené zadanie [1] | 2 | 0 | | |
| Separované chápanie zloženého telesa [2] | 3 | 0 | | |
| Intuitívny model [3] | 5 | 2 | | |
| Model s chybou v konštrukcii [4] | 2 | 4 | | |
| Bez chyby [5] | 2 | 11 | | |
| Spolu | 18 | 18 | | |

Z uvedených údajov zisťujeme, že v rámci edukačnej aktivity sa do riešenia úlohy po implementácii AR zapojil vyšší počet študentov než pred jej implementáciou (tab. 1, kategória [0]). Práca s novou technológiou síce jednu študentku odradila (tab. 1, graf - prípad Katka), avšak ďalšie štyri študentky motivovala k odovzdaniu zadania po implementácii AR do výučby (tab. 1, graf - prípady Oľga, Petra, Renáta a Stanka).

Študentky Anna a Betka, ktoré i bez použitia AR našli správne riešenie úlohy, zotrvali vo zvolenej stratégii riešenia s ochotou zameniť tvorbu reálneho modelu za tvorbu virtuálneho 3D modelu telesa. Pod vplyvom technológie teda nedošlo k nepriaznivej zmene počtu úspešných riešiteľov úloh, naopak z pôvodných dvoch prípadov pred implementáciou sa počet úspešných riešiteľov zvýšil na 11 študentov (tab. 1, kategória [5]). Toto navýšenie bolo sýtené predovšetkým zo skupín študentov, ktorí nepochopili zadanie úlohy, ich chápanie výsledného modelu bolo separátne alebo intuitívne.

Zo všetkých sledovaných prípadov len Mária zotrvala v identickej konštrukčnej chybe pri riešení úlohy pred i po implementácii AR do edukačnej aktivity. Oproti náčrtu (obr. 8 vpravo) však korigovala rozmery telesa v snahe dodržať požadovaný obrys tvarov priemetov (obr. 9 vpravo). Okrem uvedených prípadov došlo vo všetkých ostatných sledovaných prípadoch pod vplyvom technológie AR k posunu v riešiteľských stratégiách, ktorý vnímame pozitívne.

Z pohľadu zmien v početnosti jednotlivých miskonceptov sa najzaujímavejšou javí skupina študentov s intuitívnou predstavou výsledného telesa bez schopnosti identifikovať existenciu, resp. tvar hrán telesa. Z nej časť študentov bola schopná využiť zobrazenie telesa v rámci 3D/AR pre odstránenie miskonceptu (tab. 1, graf - prípady Hana a Iveta), časť študentov bola schopná posunúť sa k realizácii konštrukcie telesa, pri ktorej sa však dopustila konštrukčných chýb (tab. 1, graf - prípady Jana a Lea) a jedna študentka riešenie obmenenej úlohy neodovzdala (tab. 1, graf - prípad Katka).

Za dôležité taktiež považujeme konštatovanie, že AR technológia nie je nami považovaná za univerzálnu technológiu, ktorej použitie zaručuje odstránenie všetkých chybných krokov v riešiteľských stratégiách študentov či dosiahnutie absolútnej úspešnosti riešenia úlohy všetkými študentmi. Z predchádzajúcich zistení je však možné zamyslieť sa nad vplyvom AR technológie na zmenu miskonceptu v riešení študenta.

5. Zhrnutie a záver

Použitie modelu TPAC pri spracovaní nami uvedenej konkrétnej edukačnej aktivity so začlenením AR technológie do výučby sa javí ako prínosné. Analyzovanie vzdelávacieho obsahu, pedagogických znalostí a možnosti využitia dostupných digitálnych technológií má z pohľadu vyučujúceho pozitívny dopad predovšetkým na návrh didaktického konceptu edukačnej aktivity použiteľnej v rámci pregraduálnej prípravy študentov učiteľstva pre primárnu edukáciu.

Odozva študentov v implementovanej aktivite bola zaznamenaná:

- v oblasti záujmu o prácu s novými technológiami – relatívna početnosť zapojenia študentov do aktivity s využitím AR, za nezmenených podmienok zachovávajúcich dobrovoľnosť a bodový benefit, vzrástla zo 48,28 % na 62,07 % z celkového počtu študentov,
- vo zvýšení úspešnosti riešenia problémovej úlohy zameranej na rozvoj priestorovej predstavivosti z 11,11 % na 61,11 % z celkového počtu študentov.

Záverom je potrebné konštatovať, že uvedeným popisným zisteniam kvôli nízkej početnosti zapojených študentov zatiaľ chýba štatistická preukaznosť. Získané výsledky dosiahnuté začlenením technológie AR do výučby matematiky študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie však vytvárajú sľubnú platformu pre ich ďalšiu exploráciu.

Acknowledgements

Príspevok vznikol s podporou grantového projektu KEGA 036PU-4/2021 *Technológia rozšírenej reality v profesijnej matematickej príprave budúcich učiteľov elementaristov* riešeného na PF PU v Prešove.

Literatúra

- Baumgartner, P., & Herber, E. (2013). Höhere Lernqualität durch interaktive Medien? - Eine kritische Reflexion. *Erziehung & Unterricht*, (3-4), 327–335.
- Freitas, R., & Campos, P. (2008). SMART: A System of Augmented Reality for Teaching 2nd Grade Students. In *Proceedings of the 22nd British HCI Group Annual Conference on People and Computers XXI: Culture, Creativity, Interaction* (s. 27–30). UK: Liverpool.
- Harris, J., Mishra, P., & Koehler, M. (2009). Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: curriculum-based technology integration reframed. *Journal of Research on Technology in Education*, 41(4), 393–416.
- Hnatová, J., & Hnat, A. (2021). Matematický príbeh o mayskom kľúči s využitím AR In *Jak učiť matematice žáky ve věku 10–16 let*. (s. 1–10). Ústí nad Labem: UJEP.
- Kaiser, G., & Stender P. (2013). Complex modelling problems in co-operative, self-directed learning environments. In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (s. 277–293). Dordrecht: Springer.
- Kopka, J. (2010). *Ako riešiť matematické problémy*. Ružomberok: VERBUM.
- Kovalčíková, I., & Prídavková, A. 2021. Dynamická stimulácia učebných schopností žiaka prostredníctvom matematickej úlohy. In *Acta Paedagogicae*. Presoves – Nova Sandes, (s. 85–93). Prešov: Vydavateľstvo Prešovskej univerzity.
- Novomeský, Š., Križalkovič, K., & Lečko, I. (1968). *Zábavná matematika 300+3 zábavných matematických úloh*. Bratislava: SPN.
- Radu, I. (2014). Augmented reality in education: A meta-review and cross-media analysis. *Pers. Ubiquitous Comput*, 18, 1533–1543. <https://doi.org/10.1007/s00779-013-0747-Y>.
- Repáš V., & Jančiarová, I. (2018). *Geometria pre 2. ročník ZŠ*. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana.
- Schutera, S. et al. (2021). On the Potential of Augmented Reality for Mathematics Teaching with the Application cleARmaths. *Education Sciences*, 11(8):368. <https://doi.org/10.3390/educsci11080368>.
- ŠPÚ. (2014). *Štátny vzdelávací program pre 1. stupeň ZŠ. Matematika*. [online]. Bratislava: ŠPÚ. https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf.
- ŠPÚ. (2015). *Štátny vzdelávací program pre gymnáziá. Matematika*. [online]. Bratislava: ŠPÚ. https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_g_4_5_r.pdf.
- ŠPÚ. (2016). *Cielové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z matematiky*. [online]. Bratislava: ŠPÚ. https://www.statpedu.sk/files/articles/nove_dokumenty/cielove-poziadavky-pre-mat-skusky/matematika.pdf.
- ŠPÚ. (2019). *Koncepcia skvalitnenia matematického vzdelávania na základných a stredných školách v SR (návrh)*. [online]. Bratislava: ŠPÚ. https://digitalnakoalicia.sk/wp-content/uploads/2020/05/Koncepcia_vzdelavania_v_matematike_navrh_FINAL_2019.pdf.