

MATEMATICKÁ ÚLOHA S ELEMENTAMI HUDOBNEJ VÝCHOVY – PROSTRIEDOK ROZVOJA PRACOVNEJ PAMÄTI

Alena PRÍDAVKOVÁ

Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovensko)

alena.pridavkova@unipo.sk

Abstrakt

Pracovná pamäť predstavuje významný determinant úspešnosti žiakov v matematike. Na druhej strane, pracovnú pamäť je možné rozvíjať v procese riešenia matematických úloh. Navyše, ak je kontext úlohy obohatený o elementy hudobnej výchovy, objavujú sa nové možnosti pre tvorbu súborov úloh a aktivít. Inkorporácia hudobných činností do vyučovania matematiky je jednou z možností pre rozvoj pracovnej pamäti. V štúdiu sú analyzované výskumy zaoberajúce sa konceptami pracovná pamäť a matematické schopnosti. Predstavený je súbor úloh z oblasti aritmetiky, ktorým je možné stimulovať pracovnú pamäť u žiakov mladšieho školského veku. Úlohy, obohatené o elementy hudobnej výchovy, sú gradované na základe atribútov kognitívnej úrovne náročnosti a zaťaženia pracovnej pamäti.

Kľúčové slová: pracovná pamäť, matematická úloha, kognitívna náročnosť úlohy

MATHEMATICAL TASK WITH ELEMENTS OF MUSIC – MEANS OF DEVELOPING WORKING MEMORY

Abstract

Working memory is a decisive determinant of students' achievement in Mathematics. On the other hand, working memory could be developed in the process of mathematical tasks solving. Moreover, if the context of such a task is enriched with musical elements, it can generate new ways for developing sets of tasks and activities. Incorporation of musical activities into mathematical education is one of the means of improving working memory. The researches focused on concepts of working memory and mathematical abilities are analysed in this study. The set of mathematical tasks from the field of arithmetic which can stimulate working memory of students at younger school age is presented. Mathematical tasks enriched with elements of music are graded on the basis of attributes of the cognitive difficulty and working memory levels.

Keywords: working memory, mathematical task, cognitive difficulty of task

1. Úvod – prieniky matematiky a hudby

Matematika a hudba zohrávajú významnú úlohu v každodennom živote človeka a spoločnosti. Aj napriek ich odlišnému ponímaniu existujú medzi nimi prepojenia a súvislosti, ktoré môžu byť využité v edukačnom procese ako prostriedok rozvíjania myslenia detí. Matematické schopnosti je možné rozvíjať pomocou hudobných cvičení, čo znamená, že vyučovanie využívajúce hudobný aj matematický obsah predikuje kvalitatívne lepšie učebné výsledky v matematike (Luczak, 2000, In Kolodziejski, 2012).

Matematika aj hudba využíva modely abstraktných schém prezentovaných vzormi, ktoré je dôležité dešifrovať. V hudbe ide o interpretáciu hudobnej skladby a v matematike o aplikáciu modelu v konkrétnej situácii. Analýza vzorov a pravidiel pre ich vytváranie sú činnosti, ktoré sa vyskytujú tak v matematike, ako aj v hudbe. Pri rozpoznávaní vzoru je dôležitá klasifikácia alebo zhlukovanie (tzv. chunking), vytvorenie blokov, s ktorými sa pracuje ako s jednotkou vzoru (Mall, Spychiger, Vogel, & Zerlik, 2016). Analogické techniky na zapamätanie si vzorov sú známe aj pri tréningoch pracovnej pamäti. Matematika využíva rôzne typy symbolov na vyjadrenie myšlienok iným ako verbálnym spôsobom a to je spoločné s hudbou, v ktorej je tiež východiskom myslenie neverbálneho charakteru (Kopčáková, 2015). Obe oblasti využívajú analogické spôsoby zápisov, symboly, reprezentácie konceptov. Predstavujú tak platformu pre rozvíjanie myšlienkových operácií a schopnosti učiť sa. Integrácia matematiky a hudby môže stimulovať myslenie detí z pohľadu rozvoja schopnosti hľadať a skúmať vzory, pravidelnosti a vzťahy medzi nimi.

Pamäť, priestorová orientácia a divergentné myslenie sú dôležitými konštruktmi pri rozvoji matematických schopností. Luczak (2015) konštatuje, že hra na hudobných nástrojoch prispieva k rozvoju pozornosti, pamäti, sebaregulácie, sústredenosti a kontrole pozornosti. Pre stimuláciu ďalších zložiek myslenia, akými sú priestorová orientácia, pamäť, koncentrácia pozornosti, analýza, považuje autorka za vhodné počúvanie hudby, spev, tanec a inscenovanie. Ukazuje sa, že proces učenia sa matematiky môže byť podporený aplikáciou aktivít vytvorených na hudobnej báze. Hudba prispieva k formovaniu myslenia žiaka prostredníctvom tvorby modelov elementárnych matematických pojmov.

V nasledujúcej časti bude prezentovaný prehľad relačných a kauzálnych výskumov, v ktorých je skúmanie orientované na koncepty pracovná pamäť a matematické schopnosti žiaka resp. výkon žiaka v matematike.

2. Pracovná pamäť a matematické schopnosti

Pracovná pamäť (Kovalčíková, Bobáková, Filičková, Ropovik, & Slavkovská, 2015, s. 70) je „aktívne udržiavanie a flexibilné aktualizovanie informácie, ktorá je relevantná pri riešení aktuálnej úlohy. Pracovná pamäť umožňuje podržať informácie v pamäti počas doby, kým sú spracované alebo skordinované s inými mentálnymi operáciami.“ Pri riešení matematickej úlohy (napríklad pri sčítaní dvojčiferných čísel) žiak drží čísla dočasne v pracovnej pamäti a súčasne ich spracováva pri riešení daného problému. Informácie, ktoré nie sú dôležité pre riešenie úlohy sú vytlačené novými informáciami. Pracovnú pamäť tvoria tri elementy: fonologická slučka, vizuálno-priestorový náčrtník a centrálna exekutíva (riadiaca zložka).

Najčastejší typ výskumov je reprezentovaný relačnými štúdiami, kde boli skúmané vzťahy medzi úrovňou pracovnej pamäti a úspešnosťou žiaka pri riešení matematických úloh. Andersson a Lyxell (2007) zisťovali úroveň pracovnej pamäti u detí vo veku 9-10 rokov, ktoré mali problémy v matematike. Závěry skúmania poukazujú na potvrdenie predpokladu, že deti s problémami v matematike vykazujú deficity v pracovnej pamäti, konkrétne s ukladaním numerických a vizuálnych informácií.

Výsledky výskumu Cragg, Keeble, Richardson, Roome a Gilmore (2017) potvrdzujú, že pracovná pamäť prispieva k úspechom v matematike nepriamo, prostredníctvom faktických vedomostí, procedurálnych zručností a v menšej miere aj cez porozumenie konceptom. Podobne Fuchs et al. (2005, 2013) ukazujú na vzťah medzi pracovnou pamäťou a matematickými schopnosťami. Úroveň pracovnej pamäti predikuje schopnosť učiť sa matematiku (osvojovať si nové matematické poznatky). Vzťah medzi pracovnou pamäťou a zručnosťami pri písomnom riešení aritmetických úloh u žiakov 4. ročníka základnej školy skúmal Andersson (2008). Ukázalo sa, že pracovná pamäť prispieva k aritmetickým

zručnostiam detí (vo veku 9-10 rokov). Prínos fonologickej slučky a centrálnej exekutívy (súbežné spracovanie a ukladanie informácií) naznačuje, že pri písomnom riešení aritmetických úloh sú prioritne využívané verbálne stratégie kódovania. Bull a Scerif, (2001) poukazujú na skutočnosť, že deti (vo veku od 6 do 8 rokov) s nižšou úrovňou matematických schopností majú problémy pri úlohách, ktoré vyžadujú udržanie informácií v pracovnej pamäti. Pracovná pamäť súvisí s náročnejšími matematickými schopnosťami, akými sú napríklad porovnávanie, kombinácia čísel a množstva (Purpura, Schmitt, & Ganley, 2017).

Osobitnú skupinu výskumov odhaľujúcich súvislosti medzi úrovňou pracovnej pamäti a výkonom v matematike sú výskumy kauzálne. V rámci experimentálnych výskumov bol overovaný vplyv tréningov v oblasti pracovnej pamäti na matematické schopnosti. Holmes, Gathercole a Dunning (2009) aplikovali tréning pracovnej pamäti v skupine 9-10 ročných žiakov. Po šesťmesačnom tréningu v komputerizovanej podobe bolo pozorované zlepšenie v oblasti matematického uvažovania. Podobne St Clair-Thompson, Stevens, Hunt a Bolder, (2010) skúmali vplyv tréningu pracovnej pamäti u detí vo veku 5-8 rokov. Výsledky poukázali na zlepšenie pracovnej pamäti, ako aj na zvýšenie úrovne aritmetických operácií (počítanie spamäti), nebol však zistený signifikantný vplyv na výkony v matematike. Experiment skúmajúci zapojenie pracovnej pamäti pri riešení úloh využitím rôznych spôsobov sčítania (spamäti, využitím algoritmu – presného postupu, horizontálne, vertikálne, presné, približné) u detí na 1. stupni ZŠ, prezentujú Caviola, Mammarella, Cornoldi a Lucangeli (2012). Rôzne zložky pracovnej pamäti (verbálna a vizuálno-priestorová) sú aktivované pri rôznych prístupoch ku sčítaniu prirodzených čísel. Podobne aj Berg (2008) skúmal úlohu niekoľkých indikátorov v procese riešenia aritmetických úloh: rýchlosť spracovania informácie, krátkodobá pamäť, pracovná pamäť. Program určený na zvýšenie schopnosti riešiť matematické problémy prostredníctvom vzdelávacieho obsahu zameraného na rozvoj metakognície a pracovnej pamäti, prezentujú Cornoldi, Carretti, Drusi a Tencati (2015). Program bol aplikovaný na vzorke 135 detí vo veku 8-10 rokov a trval tri mesiace. Výsledky tréningu ukázali na zlepšenie metakognície a pracovnej pamäti, čo v pozitívnom zmysle ovplyvnilo schopnosť detí riešiť problémy. Autori štúdie odporúčajú realizovať aktivity zamerané na rozvoj metakognície a pracovnej pamäti, ktoré môžu prispieť k zvýšeniu výkonov žiakov pri riešení matematických úloh.

Výsledky prezentovaných výskumov, realizovaných v skupinách žiakov mladšieho školského veku, ukazujú na dôležitosť pracovnej pamäti pri riešení matematických úloh ako aj na vzťah medzi úrovňou pracovnej pamäti a matematických schopností. Nedostatočne rozvinuté konceptuálne a procesuálne kompetencie v matematike môžu byť dôsledkom nedostatočne fungujúcich kognitívnych a exekutívnych mechanizmov ako napríklad pracovná pamäť či vizuálno-priestorové spracovanie informácie.

3. Pracovná pamäť v elementárnej matematike

Pracovná pamäť má významné postavenie v matematickej edukácii na primárnom stupni vzdelávania. Ide o schopnosť uchovať informáciu dostatočne dlho na to, aby žiak s ňou mentálne manipuloval a pracoval pred tým, než vyprchá. Ak sa informácia, s ktorou žiak pracuje v pracovnej pamäti, stratí, nie je možné ju aktivovať inak, ako začať celý proces riešenia odznova. Nároky na výkon žiaka v oblasti jeho pracovnej pamäti narastajú pri úlohách, ktoré si vyžadujú kombináciu dvoch procesov: spracovanie informácie a uchovanie informácie (Gathercole & Alloway, 2015). V prípade, že sú u žiaka identifikované problémy s pracovnou pamäťou, je potrebné prejsť na úlohu nižšej úrovne obťažnosti a umožniť žiakovi zaznamenávať si čiastkové riešenia. Uvedené zmeny umožnia žiakovi dospieť k úspešnému riešeniu úlohy.

Pracovná pamäť je dôležitým indikátorom v procese riešenia aritmetických úloh u žiakov 4. ročníka ZŠ a prispieva k rozvoju ich aritmetických zručností (Andersson, 2008; Berg, 2008). Je významná predovšetkým pri riešení úloh zameraných na počítanie a na operácie s číslami, ako aj pri riešení logických problémov a slovných úloh (Hill, 2018). Zložky pracovnej pamäti (verbálna aj vizuálno-priestorová) sú prediktormi úspešnosti riešenia slovných a problémových úloh (Zheng, Swanson, & Marcoulides, 2011), sú tiež aktivované aj v rôznych postupoch sčítania prirodzených čísel.

Pracovná pamäť sa využíva pri riešení úloh z oblasti aritmetiky, napríklad numerácia (zápis viacciferných čísel), pri početových operáciách s prirodzenými číslami (rôzne postupy počítania spamäti). Zohráva významnú rolu pri riešení slovných úloh, pri nadobudnutí vľahu do situácie a identifikovaní vzťahov medzi zadanými informáciami (napríklad nepriamo formulované slovné úlohy). Má význam v úlohách z oblasti kombinatoriky, napríklad pri vytváraní čísel (postupností) podľa daných pravidiel. Práve spomenuté oblasti kurikula matematiky vytvárajú priestor na tvorbu úloh zameraných na stimuláciu pracovnej pamäti.

V ďalšej časti príspevku bude prezentovaný súbor úloh zameraný na rozvoj pracovnej pamäti z oblasti numerácie. Úlohy sú vytvorené na tému zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave (skrátenej a rozvinutej). Aké je miesto tejto oblasti v elementárnej matematike? Číslo predstavuje elementárny koncept matematiky. S modelmi čísla získavajú deti prvotné skúsenosti už v ranom veku (určovanie počtu predmetov, počítanie po jednom, prsty na rukách, rôzne ďalšie enaktívne a ikonické reprezentácie prirodzených čísel). V školskej matematike sa pracuje so symbolickými zápismi prirodzených čísel, využitím pravidiel pre ich zápis v desiatkovej číselnej sústave, ktorá je považovaná za pozičnú. Každá číslica v zápise čísla má pevne určenú pozíciu, ktorá reprezentuje jej hodnotu (jednotky, desiatky, stovky atď.). Na primárnom stupni vzdelávania je dôležité, aby si žiaci osvojili princíp desiatkovej číselnej sústavy, zápis a čítanie viacciferných prirodzených čísel. Tieto zručnosti by mali byť zautomatizované vzhľadom ku skutočnosti, že prirodzené čísla tvoria koncept, ktorý sa využíva v mnohých ďalších oblastiach matematiky – početové výkony s prirodzenými číslami, slovné úlohy, aplikačné úlohy, geometria, rovnice, nerovnice, zlomky atď. Zápis čísel predstavuje elementárnu zručnosť nevyhnutnú pre zvládnutie ďalších tém z matematiky.

4. Pracovná pamäť pri riešení matematických úloh s elementami hudobnej výchovy

Prezentovaný súbor matematických úloh, v ktorých sú inkorporované elementy hudobnej výchovy, je zameraný na rozvíjanie pracovnej pamäti. Cieľom úloh, z pohľadu matematiky, je identifikovať n -ciferné prirodzené číslo na základe jeho akustickej reprezentácie v desiatkovej číselnej sústave.

4.1 Analýza úloh

Na základe realizovanej kognitívnej analýzy úloh boli vyšpecifikované atribúty pre určenie ich kognitívnej náročnosti a pre mieru zaťaženia pracovnej pamäti. Úlohy sú do súboru zaradené tak, aby sa úroveň ich kognitívnej náročnosti a miera zaťaženia pracovnej pamäti postupne zvyšovali.

Tabuľka 1. Analýza súboru úloh

ZAMERANIE ÚLOHY	
matematika	<p>Pojmy: číslo, číslica, jednotky, desiatky, stovky, skrátenej a rozvinutej zápis čísla v desiatkovej číselnej sústave</p> <ul style="list-style-type: none"> - čítanie čísel - rozlišovanie čísel podľa počtu cifier – jednociferné, dvojciferné, trojciferné - rôzne reprezentácie prirodzeného čísla - identifikácia čísla zadaného akustickým kódom
hudobná výchova	rytmus, metrum, metrorýtmus
KOGNITÍVNA ANALÝZA ÚLOHY	
atribúty úrovne náročnosti úlohy	<p>Počet cifier daného čísla:</p> <ol style="list-style-type: none"> I. dvojciferné II. trojciferné <p>Poradie, v akom sú (akusticky) prezentované číslice jednotlivých rádo v danom čísle:</p> <ol style="list-style-type: none"> I. 2-ciferné číslo: desiatky, jednotky 3-ciferné číslo: stovky, desiatky, jednotky II. 2-ciferné číslo: jednotky, desiatky, 3-ciferné číslo: jednotky, desiatky, stovky III. 3-ciferné číslo: stovky, jednotky, desiatky 3-ciferné číslo: jednotky, stovky, desiatky 3-ciferné číslo: desiatky, jednotky, stovky 3-ciferné číslo: desiatky, stovky, jednotky <p>Použité číslice v danom čísle:</p> <ol style="list-style-type: none"> I. všetky číslice sú rôzne (nie je použitá nula) II. všetky číslice sú rôzne (aspoň jedna z nich je nula) III. číslice sa v čísle opakujú
zaťaženie pracovnej pamäti	<ol style="list-style-type: none"> I. žiak podrží v pamäti dva zvukové kódy (pre desiatky, pre jednotky); transformácia akustickej reprezentácie čísla v danom poradí kódov II. žiak podrží v pamäti dva zvukové kódy (pre desiatky, pre jednotky); transformácia akustickej reprezentácie čísla v opačnom poradí kódov III. žiak podrží v pamäti tri zvukové kódy (pre stovky, desiatky a pre jednotky); transformácia akustickej reprezentácie čísla v danom poradí kódov IV. žiak podrží v pamäti tri zvukové kódy (pre stovky, desiatky a pre jednotky); transformácia akustickej reprezentácie čísla v zmenenom poradí kódov

Úlohy zaradené do súboru sú zamerané na vytváranie rôznych akustických modelov prirodzených čísel. Zvyčajne žiaci pracujú s inými modelmi prirodzených čísel, napríklad model čísla na počítadle, kocky, drobné predmety, grafické znázornenie. Žiakovi sú postupne prezentované akustické modely rôznych prirodzených čísel, postupne podľa úrovni náročnosti, ten ich identifikuje a zapisuje n -ciferné čísla na základe transformácie zvukových kódov. V procese riešenia úloh si žiak vytvára vlastnú mentálnu reprezentáciu viacciferného čísla. Počet zvukov (kódov) je pretransformovaný do symbolu číslice, ten je podržaný v pamäti a nakoniec je zapísaný na zodpovedajúcu pozíciu v n -cifernom čísle.

Cieľom úloh, je okrem stimulácie pracovnej pamäti, rozvíjať schopnosť porozumieť princípu, na základe ktorého môžu byť prirodzené čísla reprezentované pomocou rôznych modelov (písomný zápis, grafická reprezentácia, symboly, manipulácia s malými predmetmi, akustické modely). Aplikácia úloh daného typu pomáha posilniť zručnosti spojené s transformáciou písomných zápisov prirodzených čísel na akustický model a naopak.

4.2 Opis administrácie úloh

V úvode práce je odporúčané so žiakom zopakovať východiskové pojmy (uvedené v tabuľke 1) využitím ľubovoľných čísel (jednociferné, dvojciferné, trojciferné). Administrátor napríklad zapíše niekoľko čísel a žiak ich má prečítať, identifikovať, označiť v nich číslice na mieste jednotiek, desiatok, stoviek. Administrátor zapíše: (1) ľubovoľné dvojciferné prirodzené číslo v skrátenej zápise v desiatkovej číselnej sústave a aj pomocou grafického znázornenia (napr. 24 - - ++++); (2) trojciferné prirodzené číslo v skrátenej zápise v desiatkovej číselnej sústave a aj pomocou grafického znázornenia (napr. 235, // --- +++++). Odporúča sa použiť aj grafické zápisy, ktoré sa objavujú v učebných textoch z matematiky pre 1. stupeň ZŠ.

Nasleduje vysvetlenie princípu úloh (hry), kedy budú čísla vyjadrené pomocou zvukov. Dohodneme sa, že desiatky budú zakódované potleskom, jednotky dupnutím. Napríklad číslo 24 bude znieť takto:

- **desiatky** – **potlesk** (zaznie potlesk 2-krát, lebo v danom čísle sú dve desiatky),
- **jednotky** – **dupnutie** (zaznie dupnutie 4-krát, lebo v danom čísle sú štyri jednotky).

Na ukážku môže byť zvukovo zakódované aj trojciferné číslo, kde počet lúsknutí bude označovať počet stoviek v danom čísle. Napríklad 235 (2-krát lúsknutie, 3-krát potlesk, 5-krát dupnutie),

- **stovky** – **lúsknutie** (zaznie lúsknutie 2-krát, lebo v danom čísle sú dve stovky).

Je možné si zvoliť aj iný spôsob kódovania, kde sú použité iné zvuky na reprezentáciu jednotlivých rádov v danom čísle. Dôležité je, aby pri riešení všetkých úloh bolo využité rovnaké kódovanie.

Pokračuje sa prezentovaním – hraním rôznych čísel a úlohou žiaka je povedať číslo, ktoré bolo zahrané. Dôležité pritom je, aby sa žiak sústredil na jednotlivé zvuky, udržal ich v pamäti, zvukové kódy pretransformoval (na číslice) a správne vyslovil číslo. V prípade, že úloha je pre žiaka príliš náročná, je možné, aby si robil v procese riešenia zápisy.

Príklady zadávaných gradovaných úloh sú uvedené v tabuľke 2. Pokyn pre žiaka: *Povedz, aké číslo som zahrál.*

Tabuľka 2. Ukážky úloh v súbore

Úloha	riešenie
dvojciferné čísla	
U1 3x potlesk 5x dupnutie	35
U2 6x potlesk 2x dupnutie	62
výmena poradia jednotiek a desiatok	
U3 4x dupnutie 2x potlesk	24
U4 3x dupnutie 5x potlesk	53
trojciferné čísla	
U5 3x lúsknutie 2x potlesk 5x dupnutie	325
U6 5x lúsknutie 3x potlesk	530
trojciferné čísla - výmena poradia (stoviek, desiatok a jednotiek) len pre tých, ktorí zvládli predchádzajúce úlohy (kódovanie je zautomatizované) administrátor volí rôzne ďalšie čísla, mení poradie cifier, zadáva čísla, v ktorých zápise sa vyskytuje 0	
U7 1x dupnutie 2x potlesk 5x lúsknutie	521

Ak žiak zvládne úlohy na všetkých úrovniach náročnosti, môže vytvárať vlastné návrhy zvukov na zakódovanie prirodzených čísel (napr. trojciferných) a dostáva sa do roly administrátora. Existuje veľa ďalších možností na tvorbu zvukového kódu: rôzne druhy zvukov, vydávanie zvukov pomocou rôznych predmetov a nástrojov (hra na tele, Orffove nástroje, lyžice, hrnčeky, plechovky a guľôčky).

5. Záver

Prezentovaný bol jeden z možných prístupov k rozvoju pracovnej pamäti, pri ktorom za prostriedok stimulácie boli zvolené matematické úlohy z oblasti aritmetiky. Proces riešenia úloh vyžadoval aplikovať elementy hudobnej výchovy, konkrétne akustické reprezentácie prirodzených čísel, princíp rytmickej hry na ozvenu (hra na tele, detské rytmické nástroje). V medzinárodnom aj v národnom (slovenskom) kontexte boli kreované mnohé návrhy edukačných aktivít, ktoré integrujú obsah matematiky a hudobnej výchovy, pričom ich zámerom je prioritne rozvíjať a stimulovať myslenie detí a predpoklady na rozvoj matematických a hudobných schopností (Cslovjecsek & Linneweber-Lammerskitten, 2011; Hilton, Saunders, Henley, & Welch, 2016; Hudáková, 2015; Kopčáková, Prídavková, Šimčíková, Hudáková, & Migašová, 2016; Luczak, 2015; Prídavková & Šimčíková, 2014, 2015, 2016;).

Tvorba a inkorporácia aktivít hudobného charakteru do matematickej edukácie je jedným z cieľov projektu KEGA 028PU-4/2019 riešeného na Pedagogickej fakulte PU v Prešove. Návrhy aktivít uvedeného zamerania budú spracované v elektronickej forme za účelom ich aplikácie do pregraduálnej matematickej prípravy budúcich učiteľov na predprimárnom a primárnom stupni vzdelávania. Úroveň odborných kompetencií učiteľa, jeho schopnosť vytvárať podnetné prostredie, v ktorom majú žiaci možnosť aktívne participovať na rozvoji vlastných zručností a stratégií – to všetko sú elementy ovplyvňujúce kvalitu edukačného procesu (Westwood, 2004). Hudba, hudobno-pohybové, inštrumentálne a perцепčné činnosti aplikované v matematickej edukácii reprezentujú prostriedky rozvoja schopnosti učiť sa, myslenia, jeho jednotlivých zložiek, akou je aj pracovná pamäť.

Acknowledgements

Príspevok je výstupom grantových projektov:

KEGA-028PU-4/2019 *Inkorporácia hudobných činností do matematickej pregraduálnej prípravy študentov v študijnom odbore Predškolská a elementárna pedagogika* a APVV-15-0273 *Experimentálne overovanie programov na stimuláciu exekutívnych funkcií slaboprosievajúceho žiaka (na konci 1. stupňa školskej dochádzky) – kognitívny stimulačný potenciál matematiky a slovenského jazyka*.

Literatúra

- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology*, 96(3), 197–228.
- Andersson, U. (2008). Working memory as a predictor of written arithmetical skills in children: The importance of central executive functions. *British Journal of Educational Psychology*, 78(2), 181–203.
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 288–308.
- Bull, R. & Scerif, G. (2001). Executive Functioning as a Predictor of Children's Mathematics Ability: Inhibition, Switching, and Working Memory. *Developmental Neuro-psychology*, 19(3), 273–293.

- Caviola, S., Mammarella, I. C., Cornoldi, C., & Lucangeli, D. (2012). The involvement of working memory in children's exact and approximate mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 112(2), 141–160.
- Cornoldi, C., Carretti, B., Drusi, S., & Tencati, C. (2015). Improving problem solving in primary school students: The effect of a training programme focusing on metacognition and working memory. *British Journal of Educational Psychology*, 2015(85), 424–439.
- Cragg, L., Keeble, S., Richardson, S., Roome, H. E., & Gilmore, C. (2017). Direct and indirect influences of executive functions on mathematics achievement. *Cognition*, 2017(162), 12–26.
- Cslovjecsek, M., & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Snappings, Clappings and the Representation of Numbers. *The New Jersey Mathematics Teacher*, 69(1), 10–12.
- Fuchs, L. S., Compton, D. L., Fuchs, D., Paulsen, K., Bryant, J. D., & Hamlett, C. L. (2005). The prevention, identification, and cognitive determinants of math difficulty. *Journal of Educational Psychology*, 97(3), 493–513.
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D. L., Fuchs, D., Schatschneider, C., Hamlett, C.L., ... Changas, P. (2013). Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting forms of practice. *Journal of Educational Psychology*, 105(1), 58–77.
- Gathercole, S. E., & Alloway, T. P. (2015). *Working memory and learning: A practical guide for teachers*. London: Sage Publications.
- Hill, B., (2018). *Cognitive Skills and Math* (Dostupné na: <https://www.edcircuit.com/cognitive-skills-math/>)
- Hilton, C., Saunders, J., Henley, J., & Welch, G. (2016). *European Music Portfolio (EMP) – Maths: Sounding ways into mathematics. Teacher's Handbook*. London: UCL Institute of Education.
- Holmes, J., Gathercole S. E., & Dunning D. L. (2009). Adaptive training leads to sustained enhancement of poor working memory in children. *Developmental Science*, 12(4), F9–15.
- Hudáková, J. (2015). Matematika v hudbe a hudba v matematike. *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok*. Ružomberok: Verbum, XIV(1), 50–57.
- Kolodziejski, M. (2012). Developing and stabilised musical aptitudes versus non-verbal production and readiness for improvisation in elementary school pupils demonstrating significant mathematical abilities. *Journal of Educational Review*, 5(2), 173–182.
- Kopčáková, S. (2015). Hudobné myslenie a matematické myslenie – hľadanie ich prienikov z hľadiska možností integrácie v edukácii na základnej škole. *Múzy v škole*, 20(3-4), 42–49.
- Kopčáková, S., Prídavková, A., Šimčíková, E., Hudáková, J., & Migašová, J. (2016). *Európske hudobné portfólio – matematika: hudobné cesty do matematiky. Praktické aktivity pre učiteľov - metodická príručka*. Dostupné z: http://maths.emportfolio.eu/images/deliverables/Teacher_Booklet_SK.pdf
- Kovalčíková, I., Bobáková, M., Filičková M., Ropovik, I., & Slavkovská, M. (2015). *Terminologické minimum kognitívnej edukácie*. Prešov: Vydavateľstvo PU v Prešove.
- Luczak, A. (2015). Tvorba matematických pojmov v hudobnej výchove na primárnom stupni integrovaného vzdelávania (na prvom stupni základnej školy). *Múzy v škole*, 20(3-4), 50–69.

- Mall, P., Spsychiger, M., Vogel, R., & Zerlik, J. (2016). *European Music Portfolio (EMP) – Maths ‘Sounding Ways into Mathematics’*. *Teacher’s Handbook*. Frankfurt: University for Music and Performing Arts Frankfurt.
- Prídavková, A., & Šimčíková, E. (2014). Ozvučené cesty do matematiky – vyučovanie matematiky využitím hudobných aktivít. In: *História, súčasnosť a perspektívy vzdelávania na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove* (s. 665–670). Prešov: PF PU.
- Prídavková, A., & Šimčíková, E. (2015). Rozvoj matematických poznatkov prostredníctvom hudobných aktivít. *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok*. Ružomberok: Verbum, XIV(2), 195–199.
- Prídavková, A., & Šimčíková, E. (2016). Edukácia matematiky v slovenskom a cudzom jazyku aplikáciou hudobných komunikačných prostriedkov. In: *EME 2016 Proceedings* (s. 190–194). Olomouc: UPOL.
- Purpura, D. J., Schmitt, S. A., & Ganley, C. M. (2017). Foundation of mathematics and literacy: the role of executive functioning components. *Journal of Experimental Psychology*, 2017(153), 15–34.
- St Clair-Thompson H., Stevens, R., Hunt, A., & Bolder, E. (2010). Improving children’s working memory and classroom performance. *Educational Psychology*, 30(2), 203–219.
- Westwood, P. (2004). *Learning and learning Difficulties. A handbook for teachers*. ACER Press.
- Zheng, X., Swanson, H. L., & Marcoulides, G. A. (2011). Working memory components as predictors of children’s mathematical word problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(4), 481–498.