

Palacký University Olomouc, Faculty of Education, Department of Mathematics

The Union of Czech Mathematicians and Physicists, Olomouc branch



Elementary Mathematics Education Journal

2019

EME

Elementary Mathematics Education
Journal

Vol. 1

No. 2



Olomouc 2019

ISSN 2694-8133

Univerzita Palackého v Olomouci
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

ve spolupráci s

Jednotou českých matematiků a fyziků
pobočný spolek Olomouc

Elementary Mathematics Education Journal

ročník 1, číslo 2

2019

Palacký University Olomouc
Faculty of Education
Department of Mathematics

in cooperation with

The Union of Czech Mathematicians and Physicists
Olomouc branch

Elementary Mathematics Education Journal

Vol. 1, No. 2

2019

Elementary Mathematics Education Journal

<http://emejournal.upol.cz>

Vydavatel: Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Česká republika

Předseda redakční rady: David Nocar (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika)

Redakční rada: Csaba Csíkos (Eötvös Loránd Tudományegyetem, Maďarsko), Radka Dofková (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika), Ján Gunčaga (Univerzita Komenského v Bratislave, Slovensko), Pavol Hanzel (Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko), Vlastimil Chytrý (Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, Česká republika), Michaela Kaslová (Univerzita Karlova, Česká republika), Eszter Herendiné Kónya (Debreceni Egyetem, Maďarsko), Janka Kopáčová (Katolícka univerzita v Ružomberku, Slovensko), Radek Krpec (Ostravská univerzita, Česká republika), Josef Molnár (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika & Jednota českých matematiků a fyziků, pobočný spolek Olomouc), David Nocar (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika), Bohumil Novák (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika), Eva Nováková (Masarykova Univerzita, Česká republika), Edita Partová (Univerzita Komenského v Bratislave, Slovensko), Šárka Pěchoučková (Západočeská univerzita v Plzni, Česká republika), Adam Plocki (Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie, Polsko), Milan Pokorný (Trnavská univerzita v Trnave, Slovensko), Alena Prídavková (Prešovská univerzita v Prešove, Slovensko), Jana Příhonská (Technická univerzita v Liberci, Česká republika), Grażyna Rygał (Uniwersytet Humanistyczno-Przyrodniczy im. Jana Długosza w Częstochowie, Polsko), Libuše Samková (Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Česká republika), Iveta Scholtzová (Prešovská univerzita v Prešove, Slovensko), Ewa Swoboda (Państwowa Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna w Jarosławiu im. ks. Bronisława Markiewicza, Polsko), Ondrej Šedivý (Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre, Slovensko), Ilona Olahne Teglassi (Eszterházy Károly Egyetem, Maďarsko), Martina Uhlířová (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika), Patrik Voštinár (Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovensko), Katarína Žilková (Univerzita Komenského v Bratislave, Slovensko)

Redakce:

David Nocar (výkonný redaktor, editor), Radka Dofková (redaktor – editor), Martina Uhlířová (redaktor – příjem článků), Květoslav Bártek (redaktor – web administrátor)

Adresa a kontakty:

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Česká republika
emej@upol.cz

Informace pro autory:

Časopis uveřejňuje články k aktuálním problémům z teorie elementární matematiky, o inovacích, trendech a výzkumech v primárním a preprimárním matematickém vzdělávání. Jednotlivé články jsou anonymně posuzovány dvěma odborníky v recenzním řízení typu „double-blind peer review“. Další informace a podrobné pokyny pro autory jsou k dispozici na webu: <http://emejournal.upol.cz>.

Za kvalitu obrázků, jazykovou správnost, dodržení bibliografické normy a dodržování publikační etiky odpovídají autoři jednotlivých článků.

Časopis vychází dvakrát ročně.

Ročník 1, číslo 2

Eds. © David Nocar, Radka Dofková, 2019
© Univerzita Palackého v Olomouci, 2019

ISSN 2694-8133

Elementary Mathematics Education Journal

<http://emejournal.upol.cz>

Publisher: Palacký University Olomouc, Faculty of Education, Department of Mathematics
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Czech Republic

Editor-in-chief: David Nocar (Palacký University Olomouc, Czech Republic)

Editorial Board: Csaba Csíkos (Eötvös Loránd University, Hungary), Radka Dofková (Palacký University Olomouc, Czech Republic), Ján Gunčaga (Comenius University in Bratislava, Slovakia), Pavol Hanzel (Matej Bel University, Slovakia), Vlastimil Chytrý (Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic), Michaela Kaslová (Charles University, Czech Republic), Eszter Herendiné Kónya (University of Debrecen, Hungary), Janka Kopáčová (Catholic University in Ružomberok, Slovakia), Radek Krpec (University of Ostrava, Czech Republic), Josef Molnár (Palacký University Olomouc, Czech Republic & The Union of Czech Mathematicians and Physicists, Olomouc branch), David Nocar (Palacký University Olomouc, Czech Republic), Bohumil Novák (Palacký University Olomouc, Czech Republic), Eva Nováková (Masaryk University, Czech Republic), Edita Partová (Comenius University in Bratislava, Slovakia), Šárka Pěchoučková (University of West Bohemia, Czech Republic), Adam Plocki (Pedagogical University of Cracow, Poland), Milan Pokorný (Trnava University, Slovakia), Alena Prídavková (University of Prešov, Slovakia), Jana Příhonská (Technical University of Liberec, Czech Republic), Grażyna Rygał (Jan Długosz University in Czeszochowa, Poland), Libuše Samková (University of South Bohemia in v České Budějovice, Czech Republic), Iveta Scholtzová (University of Prešov, Slovakia), Ewa Swoboda (State Higher School of Technology and Economics in Jarosław, Poland), Ondrej Šedivý (Constantine the Philosopher University in Nitra, Slovakia), Ilona Olahne Teglas (Eszterhazy Karoly University, Hungary), Martina Uhlířová (Palacký University Olomouc, Czech Republic), Patrik Voštinár (Matej Bel University, Slovakia), Katarína Žilková (Comenius University in Bratislava, Slovakia)

Redaction:

David Nocar (executive redactor, editor), Radka Dofková (redactor – editor), Martina Uhlířová (redactor – receiving articles), Květoslav Bártek (redactor – web administrator)

Address and contacts:

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Česká republika
emej@upol.cz

Information for authors:

The journal publishes articles on current issues in the theory of elementary mathematics, about innovation, trends and research in primary and pre-primary mathematics education. Each article is reviewed by two anonymous experts (“double-blind peer review”). More information and other instructions for authors are available at: <http://emejournal.upol.cz>.

The authors of the articles are responsible for the quality of the images, language accuracy, compliance with bibliographic standards and adherence to publication ethics.

The journal is published twice a year.

Vol. 1, No. 2

Eds. © David Nocar, Radka Dofková, 2019

© Palacký University Olomouc, 2019

ISSN 2694-8133

Obsah

Radka DOFKOVÁ, David NOCAR, Tomáš ZDRÁHAL: <i>Reflexe připravenosti budoucích učitelů 1. stupně ZŠ používat digitální technologie ve výuce matematiky</i>	6
Jana HNATOVÁ, Marek MOKRIŠ: <i>Sebahodnotenie kognitívneho výkonu študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky dosahujúcich rôzne klasifikačné stupene hodnotenia v matematike</i>	16
Veronika HORVÁTHOVÁ: <i>Možnosti využitia online šablóny Learningapps.org na vytváranie matematických aplikácií pre žiakov primárneho vzdelávania</i>	27
Karel PASTOR: <i>Chess independence problems</i>	34
Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jaroslav HORA: <i>Kognitivní fenomény doprovázející proces vytváření představy přirozeného čísla v roli počtu</i>	43

Content

Radka DOFKOVÁ, David NOCAR, Tomáš ZDRÁHAL: <i>Prospective primary school teachers self-reflection of preparedness for using digital technologies in teaching mathematics</i>	6
Jana HNATOVÁ, Marek MOKRIŠ: <i>Self-assessment of cognitive performance of students of preschool and elementary pedagogue in achieving the different classification levels of mathematics evaluation</i>	16
Veronika HORVÁTHOVÁ: <i>Use of online templates on Learningapps.org for creating math apps for students in primary education</i>	27
Karel PASTOR: <i>Chess independence problems</i>	34
Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jaroslav HORA: <i>Cognitive phenomena accompanying the process of natural number conception formation in number roll</i>	43

REFLEXE PŘIPRAVENOSTI BUDOUCÍCH UČITELŮ 1. STUPNĚ ZŠ POUŽÍVAT DIGITÁLNÍ TECHNOLOGIE VE VÝUCE MATEMATIKY

Radka DOFKOVÁ, David NOCAR, Tomáš ZDRAHAL
Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta (Česká republika)
radka.dofkova@upol.cz, david.nocar@upol.cz, tomas.zdrahal@upol.cz

Abstrakt

Budoucí učitelé matematiky na prvním stupni ZŠ by se měli cítit připraveni pro výkon své budoucí profese jak po stránce odborné, tak po stránce didaktické a osobnostní. Podstatným momentem jsou zejména nároky na jejich oborově předmětné kompetence, které jsou výrazně odlišné oproti jiným kategoriím učitelů. Vysoké požadavky vyplývají z multidisciplinárnosti jejich studia založeném na didaktickém systému jednoho učitele ve třídě na výuku všech předmětů. Navíc v souvislosti s aktuálně připravovanou reformou kutikulárních dokumentů v České republice budou kladeny zvýšené nároky na rozvoj digitální gramotnosti žáků (Brdička, 2015) ve všech předmětech, tj. i při výuce matematiky a z toho důvodu by měli být učitelé schopni používat ve výuce vhodné digitální technologie. Článek se proto zaměřuje na přesvědčení budoucích učitelů o vlastní způsobilosti používat digitální technologie ve výuce matematiky jako efektivního didaktického instrumentu. Vychází z principů self-efficacy (Bandura, 1977; Gavora, 2008; Dofková & Kvintová, 2017) a konkrétně identifikuje, které technologie jsou studenty ve své budoucí výuce připraveni používat. Výhodiskem bylo výzkumné šetření realizované v zimním semestru akademického roku 2018/2019 mezi 95 studenty učitelství prvního stupně na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci.

Klíčová slova: učitel, přesvědčení o vlastní způsobilosti, didaktické pomůcky, digitální technologie

PROSPECTIVE PRIMARY SCHOOL TEACHERS SELF-REFLECTION OF PREPAREDNESS FOR USING DIGITAL TECHNOLOGIES IN TEACHING MATHEMATICS

Abstract

Prospective primary school mathematics teachers should feel ready for their future profession, both professionally and didactically. An important element is the demand on their subject-oriented competences, which is significantly different from teachers of non-primary grades. The high demands arise from the multiple disciplines required in their studies based on the didactic system of only one teacher in the classroom to teach all school subjects. Moreover, in connection with the upcoming reform of curriculum documents in the Czech Republic, increasing demands will be placed on the development of pupils' digital literacy (Brdička, 2015) in all subjects, including in the teaching of mathematics, and therefore teachers should be able to use appropriate digital technologies. The paper focuses on teachers' self-evaluation of their own effectiveness in using digital technologies in teaching mathematics as an effective didactic instrument. It is based on principles of self-efficacy (Bandura, 1977; Gavora, 2008; Dofková & Kvintová, 2017) and specifically identifies which technologies students are ready to use in their future teaching role. The starting point was a research conducted in the fall semester of the

academic year 2018/2019 among 95 students of Primary School Teacher Training at the Faculty of Education, Palacký University in Olomouc.

Keywords: teacher, self-efficacy, didactic aids, digital technology

1. Úvod

Existenci prostředků digitálních technologií (DT) a jejich poměrně široké možnosti pro zkvalitnění, zefektivnění a racionalizaci vyučovacího procesu nelze v současné škole již opomíjet. Význam a potenciaální přínos těchto prostředků je uznáván odbornou i laickou veřejností téměř všeobecně. Problémem však někdy bývá konkretizace tohoto přínosu, zvláště konkretizace funkcí DT, které jsou v povědomí mnoha učitelů, resp. pedagogů značně zužovány a vztahovány převážně (či výhradně) ke znázornění učiva. Možnosti technických výukových prostředků jsou však podstatně širší. Skutečná podstata jejich přínosu ke zkvalitnění a zefektivnění vyučovacího procesu je většinou hlubší. Spočívá především v jiném (novém) zpracování obsahu, ve změnách metod a forem vyučování a učení, v širším respektování pedagogických a psychologických zákonitostí a individuálních zvláštností žáků, v nových (dříve nebývalých) možnostech získávání a zpracování informací a výukové komunikace jako takové, v podpoře či umožnění kvalitativně vyšších a účinnějších způsobů řízení, včetně přechodu od informativního k heuristickému, produkčnímu či regulativnímu vyučování, v širší objektivizaci, racionalizaci a substituci činností učitele i žáka (Rambousek, 2014).

České školství se stále ještě nachází ve stádiu objevování možností využití počítačových technologií ve výuce matematiky. Lze tak usuzovat z četnosti odborných článků na českých konferencích, zabývajících se počítači ve vzdělávání obecně a v matematice zvláště, v jejichž sbornících se vyskytuje výrazně vyšší počet článků, představujících výhody určitých technologických řešení nebo vlastností konkrétního výukového software, než článků, které se zabývají dopadem technologií do výuky (Vaniček, 2010).

I když je v českém školství v posledních letech stále větší snaha implementovat digitální technologie do vzdělávacího procesu, jsou tyto technologie implementovány ve snaze rozšíření možnosti dostupnosti informací, zvýšení názornosti prezentovaného učiva, zvýšení interaktivity mezi žáky a učivem a snad se to někdy i daří, ale stále nejsou tyto technologie využívány dostatečně efektivně, jaké možnosti nabízejí, obzvláště v interakci se žákem. Cílem výuky v hodinách matematiky je stále osvojení si nových poznatků daného učiva a tudíž rozvoj matematické gramotnosti žáka, ale digitální gramotnost se ve výuce vyžaduje především ze strany vyučujícího, který by měl být schopen pracovat ve výuce s digitálními technologiemi. Žáci jsou ve vzdělávacím procesu sice aktivními účastníky při osvojování si nových poznatků, to ale neznamená, že jsou i aktivními účastníky využívání digitálních technologií ve výuce. Aktuální snaha o změnu vzdělávacího procesu vede na aktivní využívání digitálních technologií ve výuce především žáky a tím na organické rozvíjení digitální gramotnosti jako jeden z cílů výuky. Vystává tak otázka, jaké kompetence z oblasti využívání digitálních technologií by měly být u žáka rozvíjeny v jakých předmětech, jakými kompetencemi by tedy měli disponovat učitelé, aby byli schopni je také rozvíjet u svých žáků a jak jsou na tento způsob výuky připravováni během svého pregraduálního studia.

Nejdůležitější roli ve vzdělávacím procesu zatím stále představuje učitel. Vhodně použité DT ve výuce matematiky umožňují zlepšit efektivitu a kvalitu jak výuky, tak i domácí přípravy žáků. To však neznamená, že by měly nahradit učitele. DT je třeba vnímat jako nástroj či pomůcku, které učitelé a žákům pomohou dosáhnout stanoveného vzdělávacího cíle. Proto je

vždy třeba promyslet, zda je zvolená DT vhodná a zda pro dosažení vytyčeného cíle nejsou vhodnější třeba i jiné didaktické prostředky.

V současnosti je na trhu velké množství didakticky využitelné techniky, což s sebou přináší možnost volby a možnost přesného výběru funkcí a požadavků na tuto techniku kladenou. Učitel by však měl vždy předem promyslet, k čemu by daná technika měla ve výuce sloužit, jaké by měla splňovat technické požadavky, jakou kvalitu od ní očekává, zda máme dostatek prostředků na její pořízení a provoz, ale také na odborné proškolení vyučujících (Kopecký & Szotkowski, 2018).

2. DT v edukačním procesu

Implementace DT do edukační reality výuky matematiky již od 1. stupně ZŠ má své opodstatnění související s technologickým pokrokem současné doby. Intenzivními změnami prochází i učitelská profese. Proto je důležité, aby na tyto změny reagovaly také pedagogické fakulty a vybavily své absolventy znalostmi a dovednostmi, které jim umožní aplikovat je ve své výuce. DT jsou cestou, jak lze u dětí nenásilným způsobem rozvíjet právě potřebné znalosti a dovednosti, které jim umožní kvalitně se v budoucnu na trhu práce uplatnit.

DT je možné třídit podle různých kritérií. Již tradiční rozdělení je podle smyslů, na které působí. S ohledem na výsledky výzkumu budou v následující části blíže specifikovány vybrané DT z jednotlivých kategorií (Petty, 2013; Stixová, 2009).

2.1. Vizualní DT

Tyto DT slouží k vizualizaci vzdělávacího obsahu a je vždy nutné doplnit je vhodným výkladem tak, aby správně splnily svoji edukativní funkci. Velkou výhodou těchto DT je bezesporu veliký rozsah použitelnosti pro výuku, neboť jimi lze promítat nejen to, co máte pro výuku připraveno ve svém PC (notebooku, tabletu, mobilu), ale například i soubory v cloudových úložištích, které otevřete prostřednictvím připojení k síti internet/intranet. Také máte možnost kdykoliv během výkladu ukázat online zdroje a pružně tak reagovat na aktuální potřeby ve výuce. V následující části budou pro potřeby realizace výzkumného šetření mezi studenty blíže specifikovány některé DT vhodné pro vizualizaci učiva.

Projektor je pravděpodobně nejpoužívanější DT ve výuce. Dnešní projektory spíše spadají do kategorie audiovizuálních DT, ale většinou jsou využívány pouze k projekci a zvukový doprovod je realizován jiným způsobem. Projektor ve výuce nahradil **zpětný projektor**, který nepaří do kategorie DT, ale někteří vyučující jej používají ve výuce ještě i dnes. Kdysi představoval velký přínos při výkladu učiva, které se dá staticky vizuálně prezentovat pro větší názornost, ale hlavně umožňoval již tenkrát vyučujícímu si materiály pro projekci předem připravit a opakovaně používat. Zpětný projektor díky průhlednosti fólií umožňoval během projekce na promítací plochu sestavovat finální obraz z několika dílčích částí - kroků, což má pro žáky význam hlavně při syntéze nebo analýze prezentované problematiky. Dnes je již snad součástí vybavenosti každé školy **dataprojektor**, který umožňuje projekci z běžně užívaných DT (PC, tablet, mobil), ale také např. z flashdisku či jiných úložných médií. Umožňuje projekci jakéhokoliv digitálního obsahu (prezentace, fotografie, videa, webové stránky, apod.). Je také nedílnou součástí interaktivních tabulí. Signál se do projektoru přenáší příslušným kabelem, ale výhodnější je dnes využívat dataprojektory s bezdrátovým přenosem. Nemá-li projektor tuto funkci, ale má-li alespoň jeden konektor HDMI, lze dodatečně funkce projektoru o tuto možnost bezdrátového přenosu rozšířit.

Vizualizér je novějším a všestrannějším typem zpětného projektoru. Toto zařízení již pracuje na principu DT. Vizualizér bývá někdy nazýván dokumentovou kamerou, dokáže totiž snímat jakýkoliv (i trojrozměrný) předmět stejně dobře jako by snímal obraz z průsvitné fólie.

Principiálně se jedná vlastně o staticky umístěnou digitální kameru, která snímá objekty pod ní umístěné. Dle typu vizualizéru může snímat nejen 2D a 3D objekty, ale při podsvícené snímané ploše může stejně jako zpětný projektor promítat obraz i z průhledných fólií. Vizualizéry většinou umožňují i pořizování záznamu snímaných a prezentovaných objektů do formátu fotografie či videa na úložné médium (SD karta, flashdisk). Mají-li tuto funkci, pak také umožňují přehrávat tyto vizuální a audiovizuální soubory z úložného média přes připojený projektor. Odpadá tak nutnost mít k dispozici např. PC.



Obrázek 1: Vizualizér ve výuce

2.2. Auditivní DT

Zvukové nahrávky je možné využít při realizaci progresivních forem výuky, jejich význam se projevuje zvláště v hodinách výuky cizích jazyků, hudební výchovy, českého jazyka a literatury, ale je možné jej použít i pro výuku odborných předmětů, zpravidla s použitím jiných učebních pomůcek. Do této skupiny DT dnes patří BD/DVD/CD přehrávače, digitální diktafony, MP3 přehrávače, ale samozřejmě i jakékoliv softwarové přehrávače instalované v PC, tabletu či mobilu a různé možnosti internetu jako zdroje zvukových záznamů. V hodinách matematiky se neobjevují často, přesto se to může stát.

2.3. Audiovizuální DT

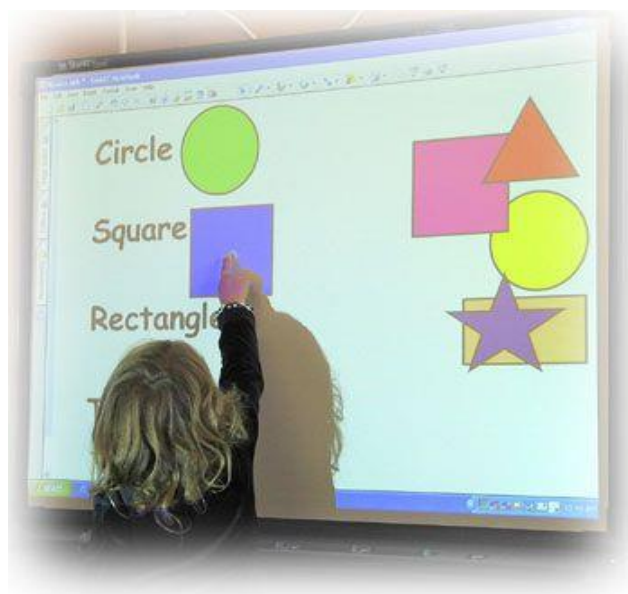
Pomocí audiovizuální techniky vnímají žáci informace pomocí více sensorů (společně sluchové a zrakové vjemy). Je známo, že při zapojení více smyslů si žáci zapamatují mnohem více informací. Základní podmínkou pro využití didaktické účinnosti audiovizuální techniky je znalost jejich dominantních charakteristik a správné začlenění do vyučovacího procesu (Vaněček, 2008).

Pouze auditivní či vizuální DT už pomalu ze škol mizí, a to hlavně z důvodu jejich poměrně úzké možnosti využití při výuce. Je také prostorově i ekonomicky náročné mít k různým účelům různé DT, pokud existují takové DT, které veškeré potřebné funkce kombinují. Na jejich místo tak nastupují DT audiovizuální. Jak je z jejich názvu patrné, jedná se o spojení techniky auditivní (využívané pro poslech) a techniky vizuální využívané pro prezentaci vizuálních informací. Jde o přístroje, které nám zprostředkovávají informace jak zvukovou, tak i vizuální formou společně, popř. umí jednotlivé formy samozřejmě i samostatně. Dalším plusem využívání této didaktické techniky je její všestrannost, lze ji totiž využít k výuce poměrně široké škály vyučovacích předmětů. Pro potřeby realizace výzkumného šetření byly specifikovány interaktivní tabule, počítače/notebooky a tablety. Tyto DT také označujeme jako multimediální techniku.

Interaktivní tabule se staly oblíbeným prostředkem k názornému výkladu nejen v odborných předmětech. Interaktivní tabule je velká zobrazovací plocha, která reaguje na dotyk. Pomocí tohoto probíhá vzájemná interakce mezi obsluhujícím uživatelem a počítačovou technikou. Cílem je maximální názornost zobrazovaného obsahu. Tato technika se používá většinou ve spojení mezi PC a dataprojektorem. Interaktivních tabulí je několik typů, které je třeba rozeznávat z důvodů jejich odlišných technologií a způsobů práce s nimi. V českém školním prostředí jsou nejběžnější dva typy: SmartBoard a ActivBoard. SmartBoard umožňuje kombinovat výhody běžné popisovatelné tabule a velké dotykové obrazovky. Po připojení dataprojektoru se na ploše SmartBoardu zcela reálně zobrazí obrazovka počítače. Pak už je možné počítač ovládat vhodným dotykovým perem nebo prstem. Učitel však neovládá pouze počítač přímo z plochy SmartBoardu, ale může na tabuli psát a doplňovat tak promítané informace o další poznámky a nákresy. Tyto dodatečné informace lze uložit zpět do počítače popř. celý průběh dění na interaktivní tabuli uložit jako videozáznam. Takto uložená data je pak možné opětovně využít například pro opakování učiva, tvoření zápisků z hodiny a podobně. Nevýhodou SmartBoardu je poměrně citlivá povrchová vrstva aktivní plochy tabule, což může být náchylné na mechanické poškození při časté zátěži na základních školách. Z tohoto důvodu by byla možná vhodnější do škol druhá zmíněná varianta interaktivní tabule - ActivBoard.

Tabule ActivBoard mají díky své orientaci na školní prostředí některá vylepšení. Například disponují tvrdým a vysoce odolným melaninovým povrchem, mají odolnost pro psaní běžným fixem, intuitivní ovládání pomocí lišty s nástroji, které umožňuje operativnější využití ve výuce, rychlou reakční dobu pro psaní na tabuli, software s multilicenční verzí, která umožňuje např. domácí přípravu. Nevýhodou tohoto systému je ale absence možnosti ukládat dodatečně napsané či narysované objekty. Další nevýhodou je, že ovládání tabule je možné pouze pomocí elektrického pera (Stixová, 2009).

Poslední zmíněnou nevýhodu kompenzuje nová verze interaktivní tabule Promethean ActivBoard Touch. Tato tabule disponuje multi-dotykovou funkcí současně dvou uživateli. Byla navržena tak, aby podporovala skutečnou spolupráci a vzdělávací funkci žáků ve škole. Pro dotykové ovládání lze použít jak speciální pero, tak ji lze ovládat i pouhým prstem. Povrch tabule je navíc magnetický, což přináší další možnosti použití.



Obrázek 2: Interaktivní tabule ve výuce

Výpočetní technika (**počítače/notebooky**) je již několik desetiletí nejen běžnou součástí většiny domácností, pracovním prostředkem, bez kterého se neobejde snad žádný pracovník, ale také díky internetu jakýmsi informačním mostem mezi námi (uživateli) a vnějším světem plným informací. Na toto rozsáhlé rozšíření informační techniky tak muselo být reflektováno i ze strany škol. Do výuky na základní škole se zavádí již od prvního stupně v rámci volitelných předmětů i předmět informatika. V rámci prvního stupně je náplní předmětu většinou základní obsluha počítače a základy práce s počítačem, online komunikace, vyhledávání a zpracovávání informací. Žáci prvního stupně ZŠ již většinou disponují určitou úrovní obsluhy PC, ale většinou jako nástroje hry. Teprve ve škole se seznamují se základy využívání těchto technologií jako mnohostranně využitelných „pomocníků“. Výpočetní technika může být při správném využívání velmi přínosná samozřejmě nejen pro žáky, ale také pro vyučujícího a pro zkvalitnění celého výukového procesu. Vyučující odborných předmětů, které v dnešní době již mají pro výuku možnost využít moderní a výkonné počítače, které spolu s dalším přídatným zařízením poskytují svému uživateli obrovské možnosti využití, jsou si vědomi jejich rozsáhlých možností.

S nástupem počítačů se mění role učitele, který je stále organizátorem a managerem výukového procesu a partnerem a pomocníkem žákům, nicméně musí mít nad rámec svých odborných vědomostí také určitou úroveň digitální gramotnosti (Strach, 1996).

Integrace **tabletů** do škol je výzvou pro vedení školy, učitele i žáky, neboť využívání tabletů ve školách by mělo mít jasné pedagogické zdůvodnění. Lze s jistotou říci, že mobilní technologie (tablety) patří do každodenního života dnešní mládeže, proto ovládání tabletů je pro ně přirozené a nečiní tak žádné velké problémy. Výzkumy hovoří o zvýšené motivaci žáků a zájmu o vyučování, ale také o kreativité žáků, lepší seberegulaci při učení a zvýšené produktivitě. Žáci se při ovládání tabletů učí různé znalosti či dovednosti z určitého předmětu a procvičují ovládání digitálních technologií. Učí se se zařízením pracovat samostatně a orientovat se v jejich systému a aplikacích často bez neustálých učitelových pokynů (Neumajer, Rohlíková & Zounek, 2015; Clark, Svana & Zimmermann, 2013).



Obr. 3: Tablet ve výuce (ve spojení s rozšířenou realitou)

Zvláštní skupinu tvoří DT, které nespádají ani do jedné z výše uvedených kategorií (ostatní pomocná technika - např. fotoaparáty, scanery), tj. takové DT, které se využívají při přípravě digitálních vzdělávacích materiálů, ale ve výuce již nejsou přímo v interakci s výukovým procesem. My jsme do této skupiny mj. zařadily ty DT, které respondenti blíže nespecifikovali a které nemohly být jednoznačně zařazeny do uvedených skupin. Dalšími samostatnými kategoriemi by byly různé typy výukových programů, didaktický her, aplikací apod.

3. Výzkumné šetření

Východiskem metodologické části článku byla mezinárodní srovnávací studie Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M), která zkoumala připravenost budoucích učitelů matematiky z různých zemí pro výkon jejich povolání při výuce na 1. a 2. stupni ZŠ. Výzkumný nástroj vychází z dotazníku zkoumající čtvrtou oblast přesvědčení budoucích učitelů (Přesvědčení o připravenosti na výuku matematiky), který byl konstruován tak, aby zkoumal faktory ovlivňující připravenost budoucích učitelů matematiky z několika různých úhlů pohledu: řízení vzdělávacího procesu, zapojení studentů do výuky, používání ICT technologií, hodnocení výuky a míru spolupráce mezi učiteli. Zároveň s výzkumným šetřením u studentů – budoucích učitelů bylo realizováno i výzkumné šetření k „Využívání digitálních technologií ve výuce matematiky a možnosti rozvoje digitální gramotnosti žáků“ mezi stávajícími učiteli v praxi. Jedna část šetření byla zaměřena na DT, které stávající učitelé využívají ve své pedagogické praxi. Dílčí výsledky tohoto šetření byly publikovány např. (Nocar et al, 2019). Součástí šetření byla také reflexe připravenosti stávajících učitelů na rozvoj digitální gramotnosti žáků. Dílčí výsledky této části šetření byly publikovány např. (Laitochová et al, 2019). V loňském roce byl dotazník ze studie TEDS-M „Přesvědčení o připravenosti na výuku matematiky“ přeložen a distribuován mezi studenty. Podrobné výsledky jsou shrnuty v publikaci s názvem Přesvědčení o připravenosti budoucích učitelů matematiky jako didaktická výzva primárního vzdělávání (Dofková, 2016). Pro realizovaný výzkum bylo výchozí hodnocení páté položky Používat počítače a digitální technologie jako pomůcku ve výuce matematice, ve které bylo dosaženo kladného hodnocení všech skupin respondentů.

Výzkumným nástrojem použitým v aktuálním realizovaném výzkumu byl dotazník vlastní konstrukce s názvem Digitální technologie ve výuce matematiky, který byl zadán studentům 4. ročníku Učitelství matematiky pro 1. stupeň ZŠ a 3. ročníku Učitelství matematiky pro 1. stupeň ZŠ v akademickém roce 2018/2019. Výzkumu se zúčastnilo celkem 95 studentů (55 studentů učitelství 1. st. ZŠ a 40 studentů učitelství 1. st. ZŠ a speciální pedagogiky) a jednalo se tak o absolutní sběr dat v daných skupinách. Dotazník obsahoval 13 položek, ve kterých měli respondenti zaznamenávat své odpovědi na šestibodové Likertově škále. Tyto položky dotazníku byly podle obsahu rozděleny do čtyř oblastí: osobní vztah respondentů k digitálním technologiím, digitální technologie a osobnost žáka, digitální technologie a vyučovací proces a digitální technologie v souvislostech.

Dotazník však také obsahoval 4 položky s volným výběrem odpovědí: znalost dostupných DT pro výuku matematiky, připravenost pro jejich využití, efektivní a neefektivní matematické oblasti pro využití DT. Vzhledem k zaměření příspěvku se zaměříme na hodnocení položky 15, tedy na identifikaci digitálních technologií využitelných ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Výzkumným záměrem příspěvku je analyzovat uvedené pomůcky podle četností výskytu.

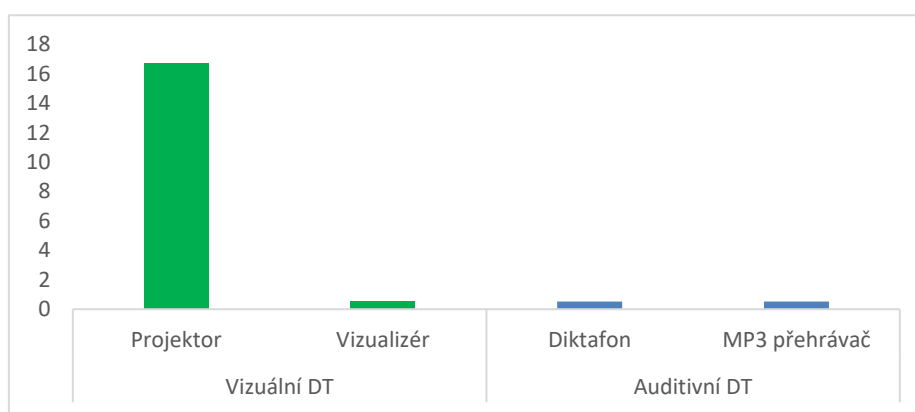
3.1. Výsledky výzkumného šetření

Při vlastní analýze odpovědí byly vytvořeny celkem čtyři skupiny uváděných pomůcek podle obvyklého rozdělení. První skupinu tvořily vizuální DT, kde studenti uváděli interaktivní tabuli, projektor, či vizualizér. Druhou skupinou byly auditivní DT, kde se objevily např. MP3

přehrávače. Další oblast zahrnovala audiovizuální DT, kde byl uváděn osobní počítač, notebook, tablet, DVD/CD přehrávač a televize. Do poslední skupiny („ostatní“) byly zahrnuty pomůcky, které bezprostředně nespádaly do žádné z prvních tří uváděných skupin (internet, interaktivní učebnice, programy/aplikace/hry).

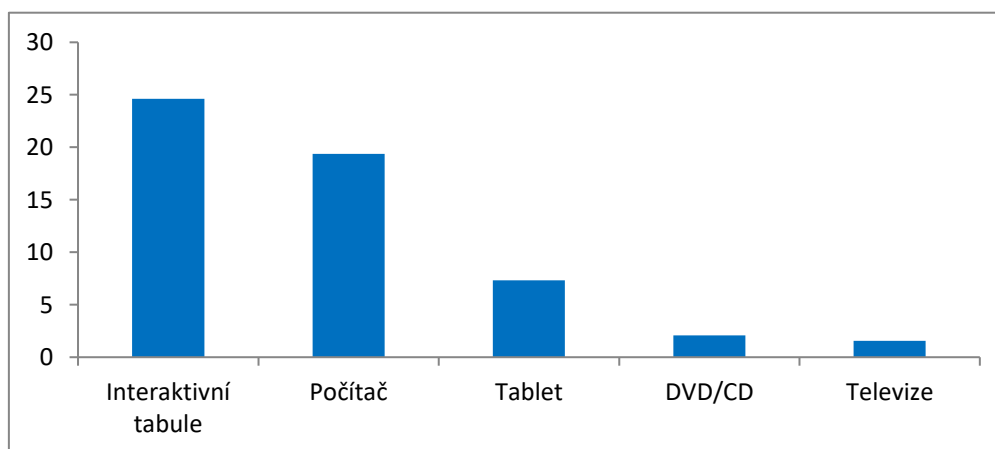
V první oblasti vizuálních DT (Graf 1) byl nejvíce uváděn projektor (16,75 %) a dále pak respondenti uvedli také vizualizér, ale pouze v 0,52% zastoupení. Pravděpodobně studenti znají tento princip projekce z dob zpětných projektorů, ale prozatím se ještě moc neseťkali s moderní náhradou na digitálním principu.

V oblasti auditivních DT byly identifikovány pouze dvě technologie – diktafon a MP3 přehrávač, obě pouze v 0,52 % (Graf 1). Je zřejmé, že pomůcky zacílené pouze na poslech, nemají ve výuce matematiky velké využití. Dokonce nás i toto drobné zastoupení těchto technologií překvapilo. Je otázkou, k jakému matematickému učivu je využít.



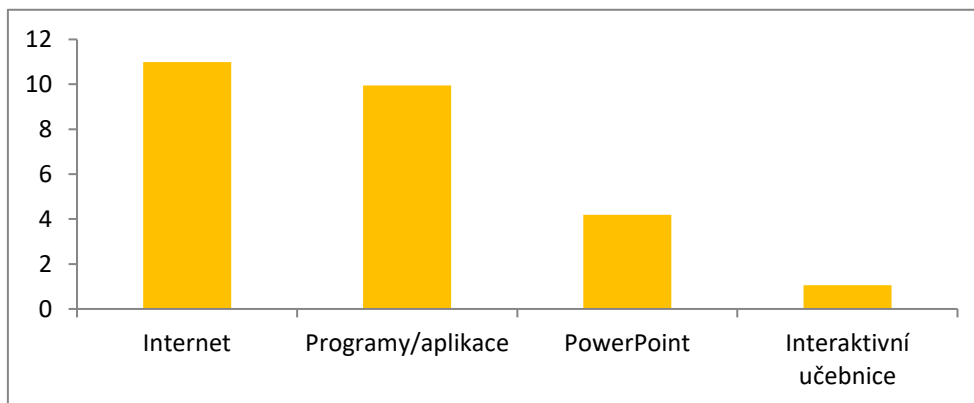
Graf 1. Identifikované vizuální a auditivní DT

Audiovizuálních pomůcek bylo identifikováno celkem pět (Graf 2). Na prvním místě z hlediska četnosti byla uváděna interaktivní tabule (24,61 %), PC či notebooky (19,37 %), dále pak tablety (7,33 %), DVD/CD přehrávače (2,09 %) a na posledním místě televize (1,57 %). V této oblasti je velké zastoupení různých pomůcek, zejména interaktivní tabule, kterou lze najít na většině základních škol v České republice. Existuje také mnoho dostupných aplikací a interaktivních učebnic, které učitelům matematiky usnadňují práci s nimi.



Graf 2. Identifikované audiovizuální DT

Do poslední skupiny identifikovaných DT byly zahrnuty takové, které nespádaly jednoznačně ani do jedné z výše uvedených kategorií (Graf 3). Výše uvedené kategorie byly definovány především jako fyzická (hardwarová) zařízení. Další možnosti z oblasti využívání DT ve výuce matematiky již studenti většinou identifikovaly nástroje softwarové. Na prvním místě byl uváděn internet (10,99 %). Internet je v podstatě kategorie sama o sobě. Jedná se o kombinaci jak hardware, tak software. Jedná se o systém propojených počítačových sítí, který ovšem nemůže fungovat bez naprogramovaných příslušných protokolů. Dále ještě studenti uvedli různé programy/aplikace či didaktické hry bez konkrétních specifikací (9,95 %), dále prezentační nástroj MS PowerPoint (4,19 %) a interaktivní učebnice (1,05 %).



Graf 3. Ostatní používané DT

4. Závěr

Je zřejmé, že nejčastěji uváděnou pomůckou DT, se kterou jsou studenti připraveni pracovat, je interaktivní tabule (a v této souvislosti samozřejmě i využívat PC a dataprojektor). Důvodem je zřejmě její největší rozšíření na základních školách, díky němuž s ní byli studenti nejčastěji ve styku během svého vzdělávání na základní a střední škole, ale také i na vysoké škole během svého pregraduálního studia.

V současné době již není možné realizovat výuku matematiky bez DT. Pravděpodobně není však možné seznámit studenty se všemi dostupnými DT během jejich pregraduální přípravy. Efektivita jejich budoucí výuky za využití DT záleží také na jejich angažovanosti a odhodlání zkoušet nové postupy.

Přínos digitálních výukových prostředků nelze považovat ani za zákonitý a přímý důsledek jejich samotné aplikace. Je vždy podmíněn řadou faktorů a závisí jak na kvalitě vlastního prostředku (zvláště kvalitě obsahového a didaktického zpracování prezentované pomůcky), tak i na kvalitě učitelovy práce, bez níž se nemohou možnosti těchto moderních didaktických prostředků plně realizovat.

Použití DT nesmí zastínit obsah výuky. Nejde také o eliminaci osobnosti učitele, neboť časté a správné využívání DT ve vyučovacím procesu nutí učitele se na hodinu pečlivě připravovat, naplánovat každý krok, připravit včas materiály a práci s DT vyzkoušet předem, aby jeho práce byla úspěšná.

Budeme-li i dále sledovat moderní DT aplikované do výuky matematiky nyní či v blízké budoucnosti, bude potřeba zmínit i ty technologie, které byly z vyučovacím procesu na ústupu, ale ve svém novém provedení se určitě vrátí, jako jsou např. televizní obrazovky, které jsou nyní mnohem tenčí, ale hlavně větší a spolu s dotykovou obrazovkou a integrovaným operačním systémem nahradí současné interaktivní tabule (a tím i projektor a PC).

Brzy se jistě také začne aplikovat do výukového procesu virtuální realita a tzv. rozšířená realita, která v součinnosti např. s tabletem a Merge Cube umožní manipulovat s virtuálními objekty. Časem budou jistě i různé didaktické pomůcky součástí intranetu/internetu jako je tomu již dnes u spousty domácích doplňků označovaných IoT.

A jako samostatnou kapitolu bychom si mohli označit dnes již hojně užívané digitální programovatelné didaktické pomůcky, jejichž zapojením do výuky se rozvíjí nejen digitální gramotnost, ale také inforatické myšlení žáků. Jedná se pomůcky typu Ozobot, Blue-Bot, Ino-Bot apod.

Abychom mohli očekávat od budoucích učitelů matematiky nejen na prvním stupni základní školy efektivní zapojení těchto digitálních pomůcek a obecně digitálních technologií do výuky, musíme v první řadě na to budoucí učitele – studenty na pedagogických fakultách připravit v rámci jejich pregraduální přípravy. Nové technologie do vzdělávacího procesu jsou tedy vždy nejprve výzvou pro pedagogické fakulty a jejich pedagoggy.

Acknowledgements

Článek byl připraven v rámci realizace projektu *Připravenost učitelů matematiky na rozvoj digitální gramotnosti žáků* (IGA_PdF_2019_001).

Literatura

- Clarke, B., Svanaes, S., & Zimmermann, S. (2013). *One-to-one tablets in secondary schools: an evaluation study*. Tablets for schools. Dostupné z <http://www.kidsandyouth.com/pdf/FK%26Y%20T4S%20Stage%203%20Tablets%20for%20Schools%20Report.pdf>.
- Dofková, R. (2016). *Přesvědčení o připravenosti budoucích učitelů matematiky jako didaktická výzva primárního vzdělávání*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci.
- Laitochová, J., Hodaňová, J., Nocar, D. (2019). Current relationship of Czech mathematic teachers to use digital technologies in teaching. *ICERI2019 Proceedings*. Seville: IATED.
- Kopecký, K. & Szotkowski, R. (2018). *Moderní vyučování a komunikační technologie ve výuce (průvodce studiem)*. Dostupné z https://www.pdf.upol.cz/fileadmin/userdata/PdF/VaV/2018/odborne_seminare/Moderni_informacni_komunikacni_tehnologie_ve_vyuce.pdf.
- Neumajer, O., Rohlíková, L., & Zounek, J. (2015). *Učíme se s tabletem - využití mobilních technologií ve vzdělávání*. Praha: Wolters Kluwer.
- Nocar, D. et al. (2019). Primary school teachers preparedness to develop pupils' digital literacy in teaching mathematics. *EDULEARN19 Proceedings*. Palma: IATED.
- Nosková, L. (2011). *Využívání moderní didaktické techniky ve výuce odborných předmětů na SOŠ*. Diplomová práce. Brno: Masarykova univerzita.
- Petty, G. (2013). *Moderní vyučování*. Praha: Portál.
- Rambousek, V. (2014). *Materiální didaktické prostředky*. Praha: Univerzita Karlova.
- Stixová, L. (2009). *Možnosti využití učebních pomůcek a didaktické techniky ve výuce praktického vyučování*. Bakalářská práce. Brno: Masarykova univerzita.
- Strach, J. (1996). *Využití počítačů ve výuce*. Brno: Masarykova univerzita.
- Vaněček, D. (2008). *Informační a komunikační technologie ve vzdělávání*. Praha: ČVUT.
- Vaníček, J. (2010). Příprava učitelů na používání technologií při výuce matematiky a její rizika. *Pedagogika*, 60(2), 127-136.

SEBAHODNOTENIE KOGNITÍVNEHO VÝKONU ŠTUDENTOV PREDŠKOLSKEJ A ELEMENTÁRNEJ PEDAGOGIKY DOSAHUJÚCICH RÔZNE KLASIFIKAČNÉ STUPENE HODNOTENIA V MATEMATIKE

Jana HNATOVÁ, Marek MOKRIŠ
Prešovská univerzita v Prešove (Slovenská republika)
jana.hnatova@unipo.sk, marek.mokris@unipo.sk

Abstrakt

Schopnosť sebahodnotenia sa rozvíja a precizuje postupne a považujeme ju za dôležitý aspekt rozvoja osobnosti budúceho učiteľa. V článku sa zameriavame na študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky ($N = 194$) na začiatku svojej profesijnej prípravy. Mapujeme kalibrovanie subjektívneho hodnotenia študentov prezentovaného súdom istoty vzhľadom na objektívne hodnotenie ich matematického výkonu. Taktiež nás zaujíma spresnenie kalibrácie študentov vplyvom stimulu v podobe spätnej väzby a identifikácia možného vzťahu medzi presnosťou kalibrácie študentov a dosiahnutým klasifikačným stupňom hodnotenia matematického výkonu v predmete Matematická gramotnosť.

Kľúčové slová: kalibrácia, kognitívny výkon v matematike, predškolská a elementárna pedagogika, sebahodnotenie

SELF-ASSESSMENT OF COGNITIVE PERFORMANCE OF STUDENTS OF PRESCHOOL AND ELEMENTARY PEDAGOGUE IN ACHIEVING THE DIFFERENT CLASSIFICATION LEVELS OF MATHEMATICS EVALUATION

Abstract

The ability of self-evaluation is developed and refined gradually, and we consider it to be an important aspect of the development of the future teacher's personality. In the article we focus on students of pre-school and elementary pedagogy ($N = 194$) at the beginning of their professional training. We map the calibration of the subjective assessment of students presented by the judgment of certainty with respect to the objective assessment of their mathematical performance. We are also interested in refining the students' calibration by stimulating feedback and identifying the possible correlation between student's calibration accuracy and achievement of the grading grade of mathematical performance in the subject Mathematical literacy.

Keywords: calibration, cognitive performance in mathematics, pre-school and elementary pedagogy, self-assessment

1. Úvod

Z pohľadu pedagogickej psychológie je možné sebahodnotenie chápať ako jeden z rozmerov multidimenzionálneho konštruktu sebaopoznania. Podľa viacerých autorov (Schraw, 1998; Kohoutek, 2000; Blatný, Plháková, 2003) sebahodnotenie v sebe zahŕňa názory jedinca na vlastné schopnosti, kvalifikáciu a efektivitu. Možno ho teda považovať za jednu z kľúčových

kompetencií, ktorou by mali disponovať učitelia na predprimárnom a primárnom stupni vzdelávania tak, aby ju mohli formovať a rozvíjať už od detí predškolského veku. Podľa Vágnerovej (2000) je sebahodnotenie detí v tomto veku ešte nestabilné, pomerne dosť závislé na aktuálnej situácii, tiež na hodnotení osoby dieťaťa rodičmi alebo inými významnými autoritami. K týmto autoritám radíme aj učiteľa, ktorého dieťa bezosporne vníma ako evalvačnú autoritu.

2. Problematika sebahodnotenia a kalibrácie v medzinárodnom kontexte

Pri skúmaní sebahodnotenia sa v tejto štúdií ťažiskovo zameriame na jeho kognitívnu stránku a možný nesúlad medzi subjektívne vnímaným a objektívne preukázaným kognitívnym výkonom študenta. Zaujímať nás budú tiež konkrétne determinanty, ktoré môžu tento nesúlad ovplyvňovať. Kalibrácia, chápaná ako schopnosť jedinca odhadnúť úroveň vlastného výkonu (Alexander, 2013), je základom tohto skúmania a v medzinárodnom kontexte k nej autori volia rôzne výskumne prístupy.

Kvalitatívne orientované výskumy týkajúce sa pochopenia procesov kalibrácie boli v medzinárodnom kontexte realizované naprieč celým spektrom problematiky prípravy, výberu a použitia kognitívnych stratégií, plánovania a hodnotenia. Gutierrez de Blume, Wells, Davis a Parker (2017) zaznamenávali a spracovávali výpovede deviatich vysokoškolských študentov, získané metódou „myslím nahlas“. Ich výsledky naznačujú rozdiely v kalibrácii viac a menej úspešných účastníkov šetrenia.

Rha a Pyo (2016) realizovali zber údajov hĺbkovými rozhovormi so študenti, pričom zmeny v ich sebahodnotení boli zisťované v priebehu jedného semestra. V záveroch jednoznačne navrhujú potrebu začleniť sebahodnotenie a jeho výskum do sociokultúrneho kontextu tak, aby sa preukázal jeho želaný vplyv na učenie sa študentov.

V týchto a ďalších štúdiách (Bol, Hacker, 2012; Iriyadi, 2018) boli ako možné determinanty presnosti kalibrácie študenta navrhnuté napríklad gender, rasa, etnicita, úroveň vzdelania, autenticita úloh, použitie stimulov v podobe spätnej väzby s využitím štandardov alebo kontrolných zoznamov a skupinovej interakcie. Aj napriek kvalitatívnemu zameraniu vyššie uvedených štúdií, je potrebné konštatovať, že ich výsledky vychádzajú z kvantitatívnych empirických úvah týkajúcich sa frekvencie výskytu zvolených kľúčových slov alebo fráz.

Nám dostupné kvantitatívne výskumy, realizované s matematickým kontextom, sledovali presnosť kalibrácie v rôzne štruktúrovaných výskumných vzorkách zostavených spravidla dostupným výberom a spresňovanie kalibrácie s využitím rôznych stimulov.

2.1 Problematika sebahodnotenia a kalibrácie matematického výkonu žiakmi a študentmi

Pozitívny vzťah sebahodnotenia a výkonnosti študentov v matematike, a to vo formatívnom aj sumatívnom hodnotení, demonštrujú vo svojich štúdiách viacerí autori (Chen, 2003; Warner, Chan a Andrade, 2012; Nováková, 2015). Brookhart, Andolina, Zuza a Furman (2004) konštatujú vo svojich záveroch, že zapojenie žiakov tretieho ročníka do vlastného hodnotenia zlepšilo nielen ich matematický výkon, ale aj zúžilo priepasť medzi ich predpokladanou a skutočnou výkonnosťou.

Kalibrovanie kognitívneho výkonu prostredníctvom predikčných a postdikčných súdov istoty realizovali tiež Hacker, Bol, Horgan a Rakow (2000) a konštatujú, že postdikčné súdy sú presnejšie. Gutierrez de Blume a Price (2017) navyše spresňujú, že pri sebahodnotení skupiny vysokoškolských študentov a študentiek prostredníctvom predikčných a postdikčných súdov

istoty, vykazovali študentky stabilnú presnosť hodnotenia a študenti (muži) pritom dosiahli štatisticky významne vyššiu presnosť ako študentky (ženy).

Súdy istoty možno chápať ako globálne v prípade, že študenti odhadujú celkový počet testových položiek, ktoré v teste zodpovedia alebo zodpovedali správne. Za lokálne súdy istoty považujeme tie, pri ktorých študenti odhadujú do akej miery budú alebo boli jednotlivé testové položky zodpovedané správne. Podľa autorov Nietfeld, Cao a Osborne (2005) vykazuje lokálny odhad vyššiu mieru presnosti než globálny.

2.2 Problematika kalibrácie matematického výkonu žiakov a študentov učiteľmi matematiky

Zaujímavú a obsiahlu štúdiu publikovali vo svojom konferenčnom príspevku Mulholland a Berliner (1992). Účelom tejto štúdie bolo určiť vzťahy medzi presnosťou úsudkov učiteľov o dosiahnutých výsledkoch žiakov a nasledovnými premennými:

- roky pedagogickej praxe,
- etnické zloženie triedy,
- gender,
- počet žiakov v triede,
- matematický výkon žiaka definovaný dosiahnutým skórovaním v teste základných vedomostí.

Miera presnosti úsudku učiteľov o dosiahnutých výsledkoch bola daná koreláciou medzi vnímaným skóre učiteľa a skutočným skóre žiakov. Do experimentálneho šetrenia bolo zaradených 42 dvojíc učiteľov. Jeden z dvojice bol skúseným učiteľom - stážistom a druhým z dvojice bol začínajúci učiteľ – študent prvého semestra vysokoškolského štúdia. Každý z dvojice pritom pracoval s tou istou triedou. Z dosiahnutých výsledkov šetrenia vyberáme:

- skúsení učitelia boli vo svojich predpovediach veľmi presní a výrazne presnejší ako učitelia – začiatočníci,
- vzťah medzi presnosťou predpovedí a rokmi pedagogickej praxe bol mierne negatívny, štatistická významnosť sa však nepotvrdila,
- neexistovali žiadne vzťahy medzi presnosťou predpovedí a etnickou príslušnosťou triedy, genderom ako aj počtom žiakov v triede,
- skúsení učitelia boli presnejší pri posudzovaní výkonu študentov s vysokou mierou úspešnosti, než u študentov s nízkou mierou úspešnosti, nie však významne.

3. Metodológia výskumu kalibrácie matematického výkonu u študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky

V kontexte matematického výkonu budeme, zhodne s Panaoura a Philippou (2005), kalibráciu vzťahovať na subjektívne hodnotenie študentov z pohľadu obťažnosti, primeranosti riešených matematických úloh alebo pocitu úspechu, ktorý im riešenie takýchto úloh poskytuje. Jedným zo spôsobov, ako zisťovať kalibráciu matematického výkonu u študentov – budúcich učiteľov na MŠ alebo 1. stupni ZŠ, je analyzovať mieru istoty správnosti ich odpovedí na konkrétne testové položky v rámci lokálnych postdíkčých súdov istoty. Pýtame sa, do akej miery si je študent predškolskej a elementárnej pedagogiky na začiatku svojej matematickej prípravy na učiteľské povolanie istý, že na danú testovú položku odpovedal správne.

Vychádzame pritom:

- z definície kalibrácie ako vzťahu medzi stupňom spoľahlivosti udávaným študentmi o ich výkonnosti a ich skutočným objektívne hodnoteným výkonom (Glenberg, Sanocki, Epstein, Morris, 1987),
- z možnosti využiť (nielen) v matematickom kontexte na určenie stupňa spoľahlivosti grafické škálovanie v podobe úsečky istoty (Dinsmore, Parkinson, 2013; Říčan, 2016).

Ďalšie otázky, na ktoré v štúdiu hľadáme odpoveď, sa týkajú vplyvu stimulu v podobe poskytnutej spätnej väzby na spresňovanie kalibrácie matematického výkonu začínajúcich študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky a tiež vzťahu medzi spresňovaním kalibrácie matematického výkonu študentov a ich úspešnosťou v štúdiu matematiky v rámci predmetu Matematická gramotnosť.

Aj keď výskumné šetrenie prebiehalo paralelne v troch študijných programoch akreditovaných na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove: Predškolská a elementárna pedagogika (DPB), Predškolská a elementárna pedagogika a pedagogika psychosociálne narušených (DPEB) a Špeciálna pedagogika (DSPB) (Tab. 1), v tomto článku sa budeme podrobnejšie venovať analýze čiastkových výsledkov dosiahnutých študentmi denného štúdia študijného programu Predškolská a elementárna pedagogika (DPB).

Tabuľka 1. Zastúpenie študentov v sledovaných študijných programoch PF PU v Prešove

Program		DPB		DPEB		DSPB		Spolu
		denné	komb.	denné	komb.	denné	komb.	
Počet študentov	zapísaných v štúdiu	278	47	29	6	32	14	384
	vo výskumnom šetrení	194	39	11	5	29	11	289

Zdroj: MAIS UNIPO

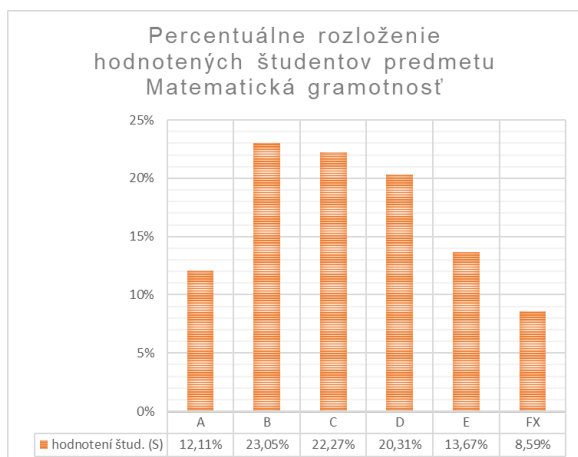
3.1. Charakteristika výskumnej vzorky

V 1. ročníku bakalárskeho stupňa štúdia programu DPB bolo v akademickom roku 2018/19 zapísaných v desiatich študijných skupinách celkovo 278 študentov dennej formy štúdia, ktorí sa prezenčne zúčastňovali výučby povinného predmetu Matematická gramotnosť. Z nich bolo 194 študentov zaradených do výskumného šetrenia.

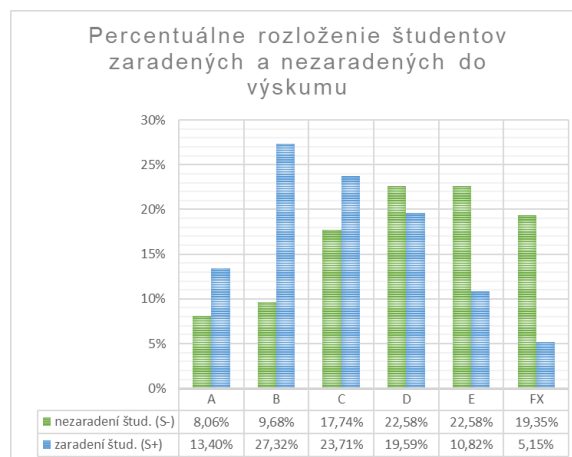
Redukcia počtu študentov zaradených do výskumu bola spôsobená dvoma identifikovanými faktormi. Prvým bol prirodzený úbytok študentov, ktorí zanechali štúdium v prvom ročníku štúdia na VŠ (22 študentov). Druhým faktorom bol nezáujem študentov zapojiť sa do niektorého z nadväzujúcich výskumných meraní (62 študentov), keďže tieto boli realizované na báze dobrovoľnosti a účasť v jednotlivých meraniach nebola žiadnym pozitívnym ani negatívnym spôsobom stimulovaná.

Akí študenti sa odmietli zúčastniť na výskume?

Pri odpovedi na túto otázku budeme vychádzať z rozdelenia relatívnej početnosti všetkých študentov, ktorí absolvovali predmet Matematická gramotnosť a boli hodnotení stupňami A až FX ($S = 256$ študentov; obr.1). Navzájom porovnáme rozdelenia relatívnej početnosti študentov zaradených a študentov nezaradených do výskumu ($S_+ = 194$ študentov; $S_- = 62$ študentov; obr. 2). Tieto spracujeme s využitím softvérov MS Excel in Office 365 a Statistica 12 CZ.



Obrázok 1. Rozloženie relatívnej početnosti všetkých hodnotených študentov (S) predmetu Matematická gramotnosť



Obrázok 2. Rozloženie relatívnej početnosti študentov zaradených (S_+) a nezaradených (S_-) do výskumu vzhľadom na ich hodnotenie v predmete Matematická gramotnosť

Neparametrickým testovaním pomocou χ^2 -testu dobrej zhody (Tab. 2) zisťujeme štatisticky významný rozdiel medzi percentuálnym rozložením študentov, ktorí sa do výskumu zapojili dobrovoľne a študentov, ktorí zapojenie do výskumu odmietli.

Tabuľka 2. Výsledky χ^2 -testu dobrej zhody

	chí kv.	sv.	p
Pearsonov chí kv.	76,22556	df=6	p =,00000
M-V chí kv.	80,53642	df=6	p =,00000

Temer nulové zošikmenie rozloženia pôvodnej skupiny študentov ($Skew(S) = 0,0428$) svedčí o symetrickom rozložení hodnotenia študentov v predmete. Z tohto dôvodu nebolo potrebné nasledujúce zistenia oproti pôvodnej skupine korigovať. Zošikmenie dobrovoľne zapojených študentov do výskumného šetrenia vľavo ($Skew(S_+) = 0,1728$) svedčí v prospech vyššieho výskytu študentov objektívne hodnotených klasifikačnými stupňami A až C, naopak zošikmenie rozloženia študentov, ktorí sa odmietli zapojiť do výskumu vpravo ($Skew(S_-) = -0,5422$) svedčí v prospech vyššieho výskytu hodnotenia ich matematického výkonu v predmete Matematická gramotnosť klasifikačnými stupňami D až FX.

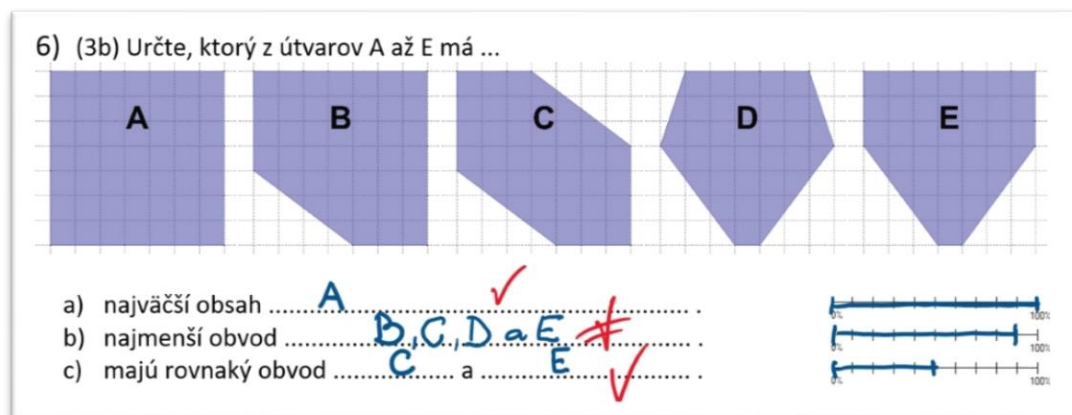
Odpoveďou na otázku „Akí študenti sa odmietli zúčastniť na výskume?“ je zistenie, že účasť odmietli študenti s prevažne horšie objektívne hodnoteným matematickým výkonom.

3.2. Meracie nástroje

V rámci priebežného hodnotenia predmetu Matematická gramotnosť absolvujú študenti programu DPB dve hodnotenia: v 7. - 8. týždni výučby - test1 (PH1) a v 13. týždni výučby - test2 (PH2). Obsahom testu1 sú vybrané elementy z aritmetiky a algebry (systémy zápisu čísel, komunikačný jazyk aritmetiky a algebry, deliteľnosť prirodzených čísel, algoritmy písomného počítania, číselné množiny, rovnice a sústavy rovníc).

Obsah testu2 je tvorený vybranými oblasťami z geometrie (komunikačný jazyk geometrie, planimetria, stereometria) a vybranými oblasťami z kombinatoriky, pravdepodobnosti a štatistiky.

Položky testov boli formulované do podoby úloh s otvorenou odpoveďou. Ku každej z nich bola pridružená grafická reprezentácia postdikčného lokálneho súdu istoty v podobe predpripravenej stupnice s označenou mierkou v intervale $\langle 0,100 \rangle$. Úlohou študenta bolo vyznačiť úsečkou na stupnici od 0% do 100% subjektívne pociťovanú mieru istoty správneho vyriešenia položky. Hodnota 0% na stupnici vyjadrovala najmenšiu a hodnota 100% najväčšiu mieru istoty študenta.



Obrázok 3. Ukážka odpovede študenta v testovej položke

V uvedenej ukážke (obr. 3) je testová položka 6_a hodnotená študentom v subjektívnom posúdení miery istoty správnosti svojej odpovede hodnotou 100%. V objektívnom hodnotení je položka hodnotená získaním maximálneho počtu bodov. V normalizovanom prepočte sa subjektívne hodnotenie tejto položky zhoduje s jej objektívnym hodnotením, t. j. ich rozdiel je nulový. Nasledujúca položka 6_b je však napriek objektívnej nesprávnej odpovede hodnotená študentom s 90%-nou mierou istoty správnosti. Podobná nezrovnalosť nastáva i v položke 6_c . Tu napriek objektívne správnej odpovedi študent udáva len 50%-nú mieru istoty správnosti svojej odpovede.

Medzi objektívnym hodnotením matematického výkonu študenta a subjektívnym posúdením miery istoty správnosti odpovede vzniká nezrovnalosť, ktorou sa budeme ďalej podrobnejšie zaoberať.

3.3. Premenné a hypotézy

Subjektívne posúdenie miery istoty správnosti odpovede je graficky vyjadrené pomocou jednotlivých úsečiek istoty, ktoré študent priraduje každej položke testu lokálnym postdikčným súdom. Dĺžka i -tej úsečky istoty v relatívnom prepočte vyjadruje premennú c_i - relatívnu mieru istoty správnosti odpovede študenta na i -tu položku testu. Hodnoty tejto premennej sa pohybujú v intervale $\langle 0,1 \rangle$ a v percentuálnom vyjadrení udávajú, s akou istotou študent považuje svoje riešenie i -tej položky testu za správne.

Objektívne hodnotenie matematického výkonu študenta je dané počtom získaných bodov v jednotlivých položkách testu podľa dopredu a jednotne daných kritérií hodnotenia. Pri jednotlivých položkách bol maximálny bodový zisk v i -tej položke označený premennou m_i a objektívne dosiahnutý bodový zisk v i -tej položke bol označený premennou o_i . Pomer $o_i : m_i$ vyjadruje premennú p_i - relatívnu mieru objektívneho bodového zisku normovanú na interval $\langle 0,1 \rangle$ tak, aby nedochádzalo k stratám informácii spôsobeným len dichotomickým hodnotením položiek najčastejšie z množiny $\{0,1\}$ (Boekaerts, Rozendaal, 2010).

Rozdiel medzi subjektívnym a objektívnym hodnotením v i -tej položke je prezentovaný rozdielom medzi relatívnymi mierami istoty správnosti odpovede študenta a objektívneho normovaného bodového zisku v hodnotenej položke. Hodnoty tejto premennej sa pohybujú v rozmedzí intervalu $(-1,1)$.

Pomocou vyššie uvedených premenných sú zavedené sledované indexy (Tab. 2).

Tabuľka 2. Indexy kalibrácie

	Názov indexu	Vzťah
1.	Bias (skreslenie)	$BIAS = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c_i - p_i)$
2.	Absolute Accuracy (absolútna presnosť)	$AAI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c_i - p_i)^2$
3.	SD Bias (smerodajná odchýlka skreslenia)	$SD_BIAS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c_i - p_i)^2}$

Zdroj: 1,2 – Boekaerts, Rozendaal, 2010; Říčan, 2016

Tieto indexy boli vypočítané samostatne pre každé ho študenta, ktorý absolvoval obe merania (PH1 aj PH2). Každému študentovi bol po absolvovaní testu PH1 poskytnutý stimul v podobe kontrolných zoznamov s dosiahnutým objektívnym sumárnym hodnotením matematického výkonu v teste a podrobný prehľad s objektívnym hodnotením jednotlivých položiek.

Pri overovaní vplyvu stimulu na spresňovanie kalibrácie matematického výkonu začínajúcich študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky sme formulovali prvé tri pracovné hypotézy.

$H_1: \bar{x}(\text{Bias PH1}) \neq \bar{x}(\text{Bias PH2})$ oproti $H_{01}: \bar{x}(\text{Bias PH1}) = \bar{x}(\text{Bias PH2})$, teda stredná hodnota rozdielu medzi subjektívnym hodnotením študenta prezentovaným súdom istoty a objektívnym hodnotením jeho matematického výkonu v prvom teste (Bias PH1) je rôzna od strednej hodnoty rozdielu medzi subjektívnym hodnotením študenta prezentovaným súdom istoty a objektívnym hodnotením jeho matematického výkonu v druhom teste (Bias PH2) oproti nulovej hypotéze o rovnosti stredných hodnôt.

$H_2: \bar{x}(\text{AAI PH1}) > \bar{x}(\text{AAI PH2})$ oproti $H_{02}: \bar{x}(\text{AAI PH1}) = \bar{x}(\text{AAI PH2})$, teda stredná hodnota indexu absolútnej presnosti v prvom teste (AAI PH1) je väčšia ako stredná hodnota indexu absolútnej presnosti v druhom teste (AAI PH2) oproti nulovej hypotéze o rovnosti stredných hodnôt.

$H_3: \bar{x}(\text{SD Bias Index PH1}) > \bar{x}(\text{SD Bias Index PH2})$ oproti $H_{03}: \bar{x}(\text{SD Bias Index PH1}) = \bar{x}(\text{SD Bias Index PH2})$, teda stredná hodnota odchýlok od Bias indexu v prvom teste (SD Bias Index PH1) je väčšia ako stredná hodnota odchýlok od Bias indexu v druhom teste (SD Bias Index PH2) oproti nulovej hypotéze rovnosti stredných hodnôt.

Uvedené hypotézy budeme overovať na hladine významnosti $\alpha = 0,05$.

Pri overovaní vzťahu medzi spresňovaním kalibrácie matematického výkonu študentov danej cieľovej skupiny a ich úspešnosťou v štúdiu matematiky v rámci predmetu Matematická gramotnosť formulujeme ostatnú hypotézu spracovanú v našej štúdií:

H_4 : Existuje pozitívna závislosť medzi spresňovaním kalibrácie matematického výkonu študentov a ich úspešnosťou v štúdiu matematiky v rámci predmetu Matematická gramotnosť. Túto overujeme oproti nulovej hypotéze o neexistencii závislosti medzi uvedenými veličinami.

3.4. Zber a spracovanie údajov

V rámci výskumného šetrenia sme získané výsledky dvoch závislých meraní (PH1 a PH2) študentov formálne administrovali a následne zrevidovali vzhľadom na paritu meraní a vzhľadom na úplnosť údajov v každom z meraní. Teda, ak sa študent nezúčastnil oboch meraní, alebo ak v niektorom z nich odmietol hodnotiť svoj vlastný výkon, boli jeho výsledky z ďalšieho šetrenia vyňaté.

Nutnou podmienkou ďalšieho spracovania údajov je overenie normálneho rozloženia sledovaných veličín výskumnej vzorky. Túto podmienku sme testovali:

- neparametrickým Kolmogorovovým-Smirnovovým testom (K-S test),
- Lillieforsovým testom,
- Shapirovom-Wilkov testom,

pomocou softvéru Statistica 12 CZ s nasledujúcimi výsledkami (Tab. 3).

Tabuľka 3. Výsledky testov normálneho rozloženia kalibračných indexov

Premenné	N	Průměr	Medián	K-S (d)	K-S (p)	Lilliefors (p)	Shapiro-Wilk (p)
Bias_PH1	194	-0,054017	-0,012903	0,10976	< 0,05	< 0,01	0,00002
Bias_PH2	194	-0,026371	-0,015385	0,05476	> 0,20	< 0,20	0,07434
AAI_PH1	194	0,241527	0,195341	0,14569	< 0,01	< 0,01	0,00000
AAI_PH2	194	0,161872	0,135769	0,12169	< 0,01	< 0,01	0,00000
SD_Bias_PH1	194	0,385280	0,395452	0,06583	> 0,20	< 0,05	0,00085
SD_Bias_PH2	194	0,326852	0,338046	0,08092	< 0,20	< 0,01	0,00122

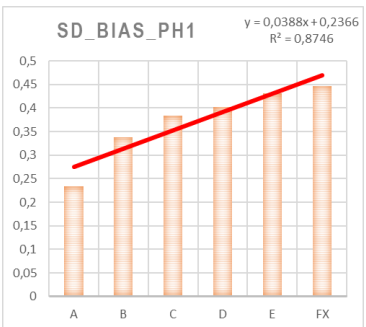
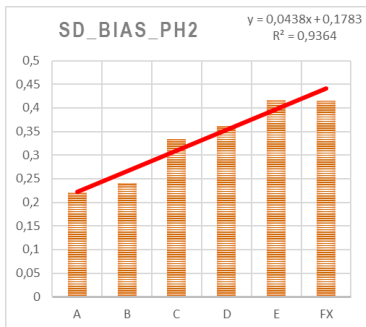
Nakoľko v žiadnej dvojici závislých meraní nebola potvrdená normalita rozloženia oboch premenných, konštatujeme nesplnenie podmienok pre následné použitie parametrických metód štatistického testovania hypotéz H_1 až H_3 . V ďalšom štatistickom spracovaní údajov sme teda využili vhodné neparametrické metódy testovania – znamienkový test a Wilcoxonov párový test (Hendl, 2015). Dosiahnuté hodnoty p – value na hladine významnosti 0,05 jednotlivých testov sú kvôli prehľadnosti usporiadané v tabuľke (Tab. 4).

Tabuľka 4. Výsledky testovania nulových hypotéz na hladine významnosti 0,05

Hypotéza	Štatistické metódy	p -value
$H_{01}: \tilde{x}(\text{Bias PH1}) = \tilde{x}(\text{Bias PH2})$	znaménkový porádový test	0,5182
	Wilcoxonův párový test	0,1488
$H_{02}: \tilde{x}(\text{AAI PH1}) = \tilde{x}(\text{AAI PH2})$	znaménkový porádový test	< 0,05
	Wilcoxonův párový test	< 0,05
$H_{03}: \tilde{x}(\text{SD Bias PH1}) = \tilde{x}(\text{SD Bias PH2})$	znaménkový porádový test	< 0,05
	Wilcoxonův párový test	< 0,05

Pri verifikovaní ostatnej štvrtej hypotézy sme využili lineárnu regresnú analýzu a pomocou metódy najmenších štvorcov (MNS) sme identifikovali regresné koeficienty b_1 , rovnice regresných priamok vyjadrujúcich vzťah medzi kalibračným koeficientom SD_BIAS a objektívnym hodnotením matematického výkonu študenta daný klasifikačnými stupňami A až FX ako aj hodnotu spoľahlivosti R^2 týchto rovníc v oboch meraniach (Tab. 5).

Tabuľka 5. Výsledky regresnej analýzy

Kalibračný index	SD_Bias (PH1)	SD_Bias (PH2)
Lokujúca konštanta b_0	0,2366	0,1783
Regresný koeficient b_1	0,0388	0,0438
Rovnica regresnej priamky	$y = 0,0388x + 0,2366$	$y = 0,0438x + 0,1783$
Hodnota spoľahlivosti R^2	0,8746	0,9364
Graf		

Spracované s využitím MS Excel in Office 365 a Statistica 12 CZ

3.5. Interpretácia čiastkových výsledkov a z nich vyplývajúce závery

Chýbajúce normálne rozdelenie a s tým súvisiace použitie neparametrického testovania stanovených hypotéz nedovoľuje zovšeobecnenie tvrdení s overenou platnosťou na celý základný súbor. Vytvára však dobrý podklad pre diskusiu o možných vplyvoch pôsobiacich na sebahodnotenie výkonov študentov v matematickej príprave.

Kalibračný index Bias je bezrozmernou veličinou z intervalu $(-1,1)$. Kladná hodnota v konkrétnom prípade alebo v skupine prípadov signalizuje nadhodnocovanie kognitívnych výkonov daným jedincom alebo skupinou. Pri zápornej hodnote nastáva opačný jav a index signalizuje podhodnocovanie kognitívnych výkonov.

V skupine študentov programu DPB je priemerná hodnota Bias indexu blízka nule (Tab. 3) bez štatisticky významného rozdielu medzi jeho jednotlivými meraniami (Wilcoxonov test $p = 0,1488 > 0,05$, Tab. 4). To svedčí v prospech hypotézy H_{01} , ktorá týmto nebola vyvrátená. Konštatujeme teda, že študenti prichádzajúci študovať predškolskú a elementárnu pedagogiku majú už pravdepodobne dostatočne rozvinutú schopnosť reálneho hodnotenia svojho kognitívneho výkonu v skúmaných oblastiach elementárnej matematiky, čo považujeme za povzbudivé. Štatisticky významné rozdiely v nameraných kalibračných indexoch AAI a SD_Bias v rámci realizovaných meraní (Wilcoxonov test $p < 0,05$, Tab. 4) umožňujú zamietnuť nulové hypotézy v prospech pracovných hypotéz H_2 a H_3 , ktoré poukazujú na možnosť dosiahnuť opakovaným meraním po stimulácii študentov spresnenie absolútnej presnosti a existujúcich smerodajných odchýlok od strednej hodnoty Bias indexu.

Kladné hodnoty regresného indexu a vysoké hodnoty spoľahlivosti ($b_1 > 0$; $R^2 > 0,87$; Tab. 5) osvedčujú silnú pozitívnu závislosť medzi objektívnym hodnotením matematického výkonu a smerodajnou odchýlkou Bias indexu, a to vo všetkých meraniach. Možno konštatovať, že študenti s lepším objektívnym hodnotením vykazujú v tejto štúdiu presnejšiu schopnosť kalibrácie.

Ďalším vhodným smerovaním výskumu bude hľadanie odpovedí na otázky:

- či zlepšenie kalibrácie, ktoré nastalo po stimulácii pri každom z klasifikačných stupňov je štatisticky významné,
- či existujú oblasti v matematickej príprave študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky, v ktorých sa sebahodnotenie študentov vymyká zistenej strednej hodnote,
- či existujú rozdiely v sebahodnotení študentov v závislosti od realizovanej formy štúdia.

Acknowledgements

Príspevok vznikol s podporou grantového projektu VEGA 1/0844/17 *Identifikácia kľúčových obsahových aspektov matematickej edukácie v predprimárnom vzdelávaní v medzinárodnom a historickom kontexte* riešeného na PF PU v Prešove.

Literatúra

- Alexander, P. A. (2013). Calibration: What is it and why it matters? An introduction to the special issue on calibrating calibration. *Learning and Instruction*, 24 (1), 1–3. Dostupné z: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.10.003>.
- Blatný, M. & Plháková, A. (2003). Temperament, inteligencia, sebepojetí. Nové pohľady na tradičné tématy psychologického výskumu. Brno: Psychologický ústav Akadémie vied ČR.
- Boekaerts, M. & Rozendaal, J.S. (2010). Using multiple calibration indices in order to capture the complex picture of what affects students' accuracy of feeling of confidence. *Learning and Instruction*, 20 (5), 2010, 372-382. ISSN 0959-4752. Dostupné z <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.03.002>.
- Bol, L., & Hacker, D. J. (2012). Calibration research: where do we go from here?. *Frontiers in psychology*, 3, 229. Dostupné z: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00229>.
- Brookhart, S. M., Andolina, M., Zuza, M., & Furman, R. (2004). Minute math: An action research study of student self-assessment. *Educational Studies in Mathematics*, 57 (2), 213-227. Dostupné z <http://dx.doi.org/10.1023/B:EDUC.0000049293.55249.d4>.
- Dinsmore, D. & Parkinson, M. (2013). What are confidence judgments made of? Students' explanations for their confidence ratings and what that means for calibration. *Learning and Instruction*, 24, 4-14. Dostupné z <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.06.001>.
- Glenberg, A. M. & Sanocki, T. & Epstein, W. & Morris, C. (1987). Enhancing calibration of comprehension. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116 (2), 119-136.
- Gutierrez de Blume, A. P. & Price, A. (2017). Calibration between Undergraduate Students' Prediction of and Actual Performance: The Role of Gender and Performance Attributions. *The Journal of Experimental Education*, 85, 486-500. Dostupné z <http://dx.doi.org/10.1080/00220973.2016.1180278>.
- Gutierrez de Blume, A. P. & Wells, P. & Davis, A. C. & Parker, J. (2017). "You Can Sort of Feel It": Exploring Metacognition and the Feeling of Knowing Among Undergraduate Students. *The Qualitative Report*, 22 (7), 2017-2032. Dostupné z: <https://nsuworks.nova.edu/tqr/vol22/iss7/18>.
- Hacker, D. J. & Bol, L. & Horgan, D. D. & Rakow, E. A. (2000). Test prediction and performance in a classroom context. *Journal of Educational Psychology*, 92 (1), 160–170.

- Hendl, J. (2015) Přehled statistických metod : analýza a metaanalýza dát. Praha: Portál.
- Chen, P. (2003). Exploring the accuracy and predictability of the self-efficacy beliefs of seventh-grade mathematics students. *Learning and Individual Differences*, 14, (1), 77 – 90. Dostupné z <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2003.08.003>.
- Iriyadi, D. (2018). Self assessment to know undstanding mathematic concept. *Journal of Mathematics Education*, 3, 14-21. Dostupné z <https://doi.org/10.31327/jomedu.v3i1.525>
- Kohoutek, R. (2000). Základy psychologie osobnosti. Brno: CERM, 99.
- Nietfeld, J. L. & Cao, L. & Osborne, J. W. (2005). Metacognitive monitoring accuracy and student performance in the postsecondary classroom. *The Journal of Experimental Educational* 74, 7–28.
- Mulholland, L.A . & Berliner, D. C. (1992). *Teacher Experience and the Estimation of Student Achievement*. Conference paper at the Annual Meeting of the American Educational Research Assotiation, San Francisco, 1 - 24. Dostupné z <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED348350.pdf>.
- Nováková, E. (2015). Prediction and self-evaluation as a part of the process of solving non-standard mathematical tasks. In *Mathematical transgressions 2015*. 283-294. Krakow: Universitas.
- Panaoura, A. & Philippou, G. N. (2005). The measurement of yong pupils' metakognitive ability in mathematics: The case of self-representation and self-evaluation. 1-10. Dostupné z <https://pdfs.semanticscholar.org/f046/cd709526a7d5333a2505af8a61fa27c58e14.pdf>.
- Rha, Kyeong-Hee & Pyo, Kyong-Hyon. (2016). Qualitative Analysis of Using Self-Assessment for EFL Students. *The Journal of the Korea Contents Association*, 16. 634-643. Dostupné z https://www.researchgate.net/publication/303479430_Qualitative_Analysis_of_Using_Self-Assessment_for_EFL_Students.
- Řičan, J. (2016). Metakognice a metakognitívny strategie. Most: Hněvín.
- Schraw, G. J. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 1998 (26), 113 – 125. Dostupné z <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.587.4353&rep=rep1&type=pdf>.
- Vágnerová, M. (2000). Vývojová psychologie. Praha: Portál.
- Warner, Z. B. & Chan, F. & Andrade, H. (2012). Student Self-Assessment in Middle School Mathematics: A Pilot Study In *NERA Conference Proceesing* (2012), 5. Dostupné z http://digitalcommons.uconn.edu/nera_2012/5.

MOŽNOSTI VYUŽITIA ONLINE ŠABLÓNY LEARNINGAPPS.ORG NA VYTVARANIE MATEMATICKÝCH APLIKÁCIÍ PRE ŽIAKOV PRIMÁRNEHO VZDELÁVANIA

Veronika HORVÁTHOVÁ

Univerzita Komenského v Bratislave, Pedagogická fakulta (Slovenská republika)
horvathov224@uniba.sk

Abstrakt

Príspevok sa zameriava na využitie online šablón dostupných na webovej stránke LearningApps.org, do ktorých môžu učitelia vytvoriť vlastné jednoduché aplikácie využiteľné na vyučovaní. V rámci výskumu boli vytvorené 4 aplikácie, z ktorých jedna bola overená na vyučovaní v triede prvého ročníka. Ovládanie aplikácie bolo pre žiakov jednoduché a prejavovali záujem o precvičovanie učiva prostredníctvom aplikácie. Dané šablóny môžu byť pre učiteľov užitočné v príprave vlastných materiálov prispôbených konkrétnym žiackym skupinám.

Kľúčové slová: aplikácie, online šablóny, elementárna matematika

USE OF ONLINE TEMPLATES ON LEARNINGAPPS.ORG FOR CREATING MATH APPS FOR STUDENTS IN PRIMARY EDUCATION

Abstract

The article discusses the use of online templates LearningApps.org. Teachers can use these templates to create their own simple apps for educational uses. Four apps were created for this study and one app was used during instruction in a first-grade class. The app was easy to use for pupils and they showed great enthusiasm when practicing number facts with the app. Teachers may find these templates useful when creating their own educational materials adjusted to the needs and specifics of their class.

Keywords: apps, online templates, elementary mathematics

1. Úvod

Precvičovaniu učiva a automatizácii sa na hodinách matematiky venuje množstvo času. Keďže precvičovanie učiva môže byť zdĺhavé a jednotvárne, je potrebné obmieňať rôzne formy, metódy a aktivity. V súčasnosti existuje veľké množstvo aplikácií a hier na precvičovanie, pričom väčšina z dostupných aplikácií je zameraná práve na danú fázu učenia sa (Byers & Hadley, 2013). Tieto aplikácie zamerané na precvičovanie a opakovanie učiva majú buď formu hry, alebo sú postavené na princípe otázka-odpoveď (Byers & Hadley, 2013). Opakovaným riešením prispievajú dané aplikácie k zlepšeniu sa výsledkov žiakov (Harris, 2015).

Používanie iPadov v matematike má potenciál pozitívne ovplyvniť zapojenie žiakov do vyučovania a ich motiváciu (Clarke & Abbott, 2016; Hilton, 2018; Li & Pow, 2011), pretože žiaci používajú iPady s nadšením (Culén & Gasparini, 2011). Hry a aplikácie na tabletoch majú zároveň potenciál budovať sebavedomie žiakov a znižovať strach z chýb (Attard, Curry, 2012), pretože nie sú primárne zamerané na počítanie chýb a umožňujú opravu alebo opakované

riešenie, až kým nie sú všetky úlohy správne vyriešené. Nastavenia niektorých aplikácií neumožňujú realizáciu nesprávneho riešenia.

V nižších ročníkoch sa často využívajú jednoduché matematické hry (Henderson & Yeow, 2012). Z veľkého množstva dostupných aplikácií je však potrebné vybrať vždy takú, ktorá je zameraná presne na vybrané učivo a zodpovedá požiadavkám a jedinečnosti konkrétnej žiackej skupiny. Jednou z prekážok môže byť jazyk aplikácií, keďže mnohé vhodné aplikácie sú dostupné v anglickom jazyku. V iných prípadoch by bola dostačujúca iba úprava jedného alebo niekoľkých atribútov aplikácie, napríklad zmena číselného oboru.

Vhodné pri príprave na vyučovanie môže byť namiesto hľadania aplikácie spĺňajúcej požiadavky medzi veľkým množstvom dostupných aplikácií vytvorenie vlastnej aplikácie učiteľom. Vlastné aplikácie si môžu učitelia vytvárať na viacerých webových stránkach poskytujúcich hotové šablóny, do ktorých stačí vložiť požadovaný edukačný obsah a menšími úpravami prispôbiť aplikáciu vlastným potrebám. Takto vytvorené aplikácie je možné využívať na interaktívnych tabuliach alebo zariadeniach s dotykovou obrazovkou. Šablóny pre edukačné aplikácie sú dostupné na mnohých webových stránkach, medzi inými aj na webovej stránke LearningApps.org.

2. Online šablóny LearningApps.org

Webová stránka LearningApps.org ponúka učiteľom možnosť vytvárať si bezplatne edukačné aplikácie. Pôvodne vznikla v nemeckom jazyku, ale poskytuje možnosť výberu viacerých jazykov. Možnosť výberu slovenského jazyka stránka neposkytuje, slovenskí učitelia môžu využívať českú verziu.

Vytvorené aplikácie sú na webovej stránke kategorizované podľa vyučovacích predmetov a stupňa školského vzdelávania. Pre rôzne stupne škôl a rozličné vyučovacie predmety obsahuje webová stránka odlišné množstvo vytvorených a zverejnených aplikácií, z ktorých môže učiteľ vybrať aplikáciu korešpondujúcu s jeho požiadavkami. Zároveň je možné aplikácie vytvorené v cudzom jazyku upraviť do podoby v slovenskom jazyku, resp. akúkoľvek zverejnenú aplikáciu upraviť na základe vlastných požiadaviek zmenou jej obsahu a uložením novej vzniknutej aplikácie. Vytvorenie novej aplikácie pozostáva zo štyroch krokov:

1. Výber šablóny.
2. Vyplnenie obsahu.
3. Uloženie.
4. Zdieľanie.

Učiteľ má možnosť zdieľať aplikáciu verejne, aby bola prístupná pre verejnosť, alebo používať aplikáciu bez zdieľania iba so svojimi žiakmi.

Pripravené šablóny majú rozličné atribúty. Niektoré sú zamerané na priradovanie, triedenie alebo usporiadanie. Ďalšie majú formu kvízu alebo formu otázka – odpoveď. Okrem toho je možné vytvoriť puzzle, pexeso, tajničku, dopĺňovačku, krížovku, či video s poznámkami.

3. Metódy

Predmetom výskumu je využívanie online šablón pre aplikácie v primárnom vzdelávaní. Cieľom výskumu bolo vytvoriť matematické edukačné aplikácie vhodné pre žiakov v primárnom vzdelávaní a dané aplikácie overiť. Zamerali sme sa na proces vytvárania aplikácií, motiváciu žiakov využívať aplikácie a ovládanie aplikácií žiakmi.

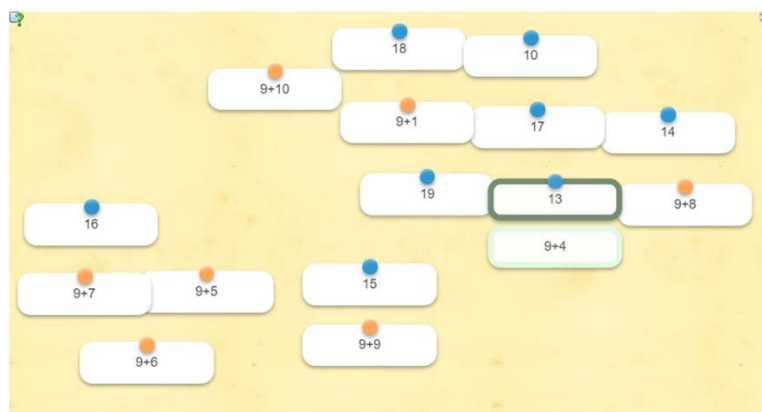
3.1. Výskumný súbor

Na výskume sa zúčastnilo 23 žiakov prvého ročníka základnej školy nachádzajúcej sa v malom meste vzdialenom od Bratislavy približne 50 kilometrov. Základná škola má minimálne technické vybavenie. Interaktívna tabuľa sa nachádza iba v jednej učebni a žiaci prvého stupňa nemajú v danej učebni žiadne vyučovanie. V triedach prvého stupňa sa nenachádzajú ani počítače a žiaci na vyučovaní nepoužívajú zariadenia s dotykovou obrazovkou. Žiaci nemali pred realizáciou výskumu žiadne skúsenosti s používaním interaktívnej tabule alebo tabletov na vyučovaní. Časť žiakov používa tablet alebo iné zariadenie s dotykovou obrazovkou doma. Z 23 žiakov prvého ročníka je 11 chlapcov a 12 dievčat. Jeden žiak má diagnostikovanú poruchu pozornosti, ostatní žiaci nemajú žiadne špeciálne výchovno-vzdelávacie potreby. Na vyučovaní matematiky používajú zvyčajne pracovné zošity a zošity. Z učebných pomôcok používali pred realizáciou výskumu na vyučovaní matematiky iba dvadsiatkové počítadlá a drobné predmety (gaštany, fazule a pod.).

3.2. Priebeh výskumu

Výskum bol realizovaný na vyučovaní v prvom ročníku základnej školy na vyučovacej hodine matematiky v desiatom mesiaci školského roka. Pred realizáciou výskumu bolo zvolené učivo na základe učebných osnov, a to základné spoje sčítania s prechodom cez základ desať. Vytvorené boli štyri aplikácie zamerané na základné spoje sčítania typu $9 + x$ a $x + 9$. Dve aplikácie boli vytvorené v šablóne skupinové puzzle¹, jedna aplikácia v šablóne hľadanie párov² a jedna aplikácia formou hry pexeso³.

V prvej časti vyučovacej hodiny sa žiaci učili základné spoje s prechodom cez základ desať typu $9 + x$, pričom použili manipulačné činnosti a zápis do zošita. Potom boli žiakom rozdane tablety do dvojíc s otvorenou aplikáciou Sčítanie $9+x$ ⁴. V danej aplikácii priradujú žiaci úlohy k výsledkom. Pri správnom priradení sa úloha zafarbí nazeleno a zmizne (pozri Obrázok 1). Pri nesprávnom priradení sa úloha zafarbí načerveno (pozri Obrázok 2). Pri riešení aplikácie bola najskôr využitá činnosť v dvojiciach a potom frontálna organizačná forma. Najprv boli žiakom rozdane tablety do dvojíc a stručne vysvetlené pravidlá pre riešenie úlohy. Postup riešenia úlohy vysvetlila žiakom výskumníčka. Žiaci riešili aplikáciu v dvojiciach, pričom sa striedali. Po viacnásobnom vyriešení úlohy na tabletoch bola daná úloha vyriešená frontálne na interaktívnej tabuli. Úlohu riešili na interaktívnej tabuli žiaci. Každý vyvolaný žiak vyriešil jednu úlohu.



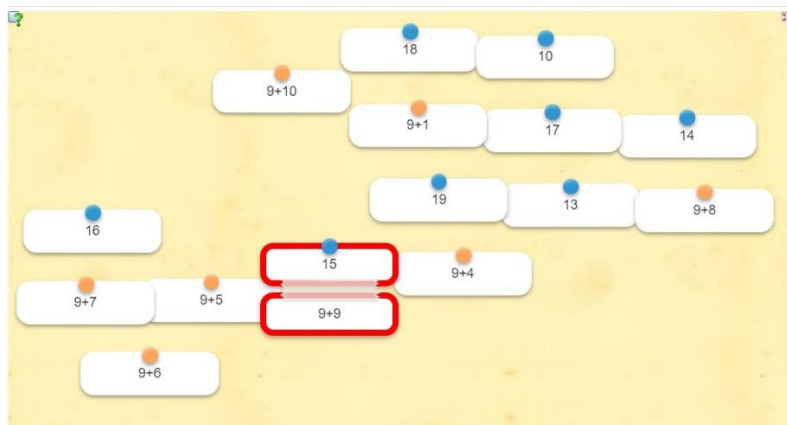
Obrázok 1. Ukážka správne vyriešenej úlohy v aplikácii

¹ Dostupné na: <https://learningapps.org/5240367> a <https://learningapps.org/5239779>

² Dostupné na: <https://learningapps.org/5285456>

³ Dostupné na: <https://learningapps.org/5240117>

⁴ Dostupné na: <https://learningapps.org/5285456>



Obrázok 2. Ukážka nesprávne vyriešenej úlohy v aplikácii

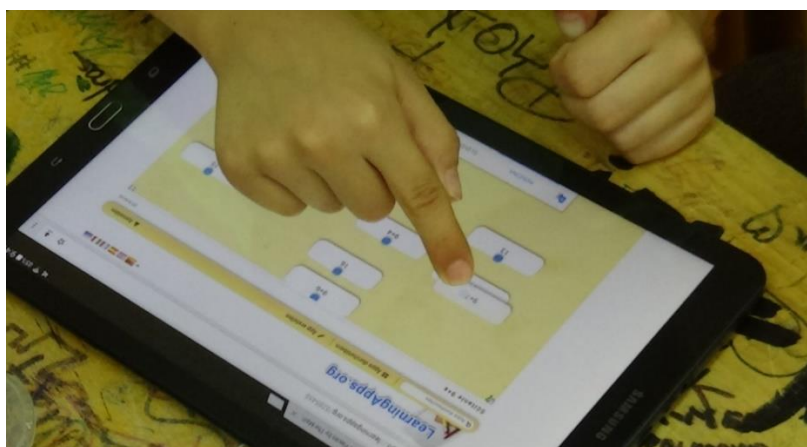
Počas výskumu bolo využité priame a nepriame pozorovanie. Počas práce s aplikáciou triedna učiteľka žiakov pozorovala a písala zápisky vo forme neštruktúrovaného pozorovania. Celý priebeh práce s aplikáciou bol zaznamenaný na videokameru. Rodičia žiakov boli s výskumom oboznámení a podpísali písomný informovaný súhlas s výskumom.

Získané údaje vo forme videozáznamu a písomného neštruktúrovaného pozorovania boli analyzované z hľadiska motivácie a angažovanosti žiakov pri riešení aplikácie na zariadeniach s dotykovou obrazovkou. Skúmali sa verbálne aj neverbálne prejavy žiakov, spôsob riešenia úloh v aplikácii, javy charakteristické pre ovládanie aplikácie a špecifiká riešenia aplikácie na zariadeniach s dotykovou obrazovkou a na interaktívnej tabuli.

4. Výsledky výskumu

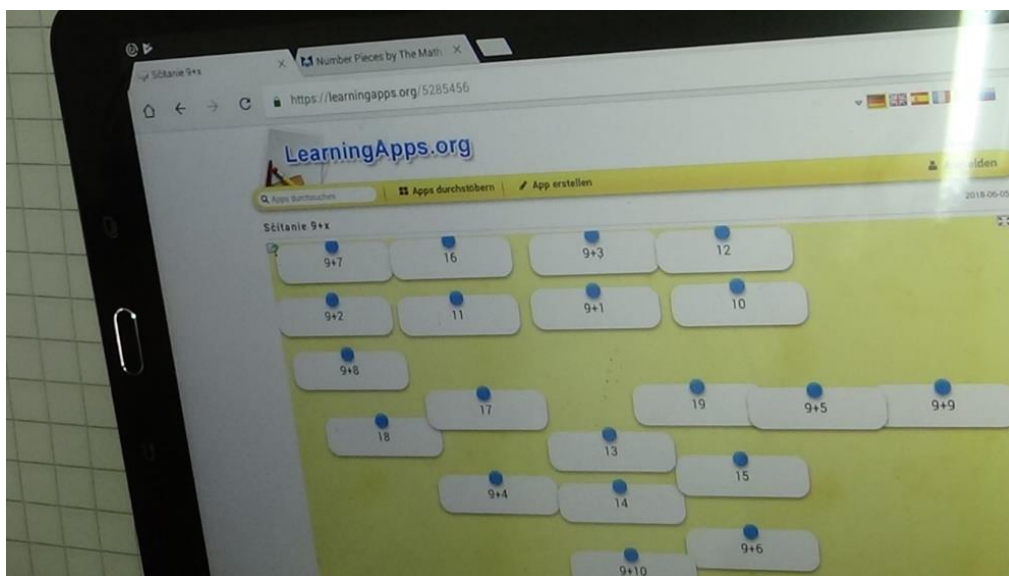
Proces vytvárania aplikácií na danej webovej stránke bol rýchly a jednoduchý. Celý proces vytvorenia jednej aplikácie si vyžiadalo približne 15 minút. Aplikácie bolo možné prispôbiť špecifickým požiadavkám. Po vložení žiadaného obsahu bola aplikácia uložená, zverejnená a okamžite funkčná.

Žiaci prvého ročníka nemali s ovládaním aplikácie na tabletoch ani interaktívnej tabuli napriek nedostatku skúseností žiadne väčšie ťažkosti. Aplikáciu používali intuitívne. Aplikáciu dokázali sami spustiť, spustiť aplikáciu znova, alebo opraviť chybné spojené páry (pozri Obr. 3). Ovládanie aplikácie si iné úkony nevyžadovalo.



Obrázok 3. Využívanie aplikácie na tablete.

Pre väčšinu žiakov boli základné spoje v aplikácii nové, dané spoje ešte neovládali. Počas riešenia aplikácie riešili úlohy počítaním na prstoch, využitím žetónov, s ktorými počítali na hodine, alebo hľadaním výsledkov úloh v zošite. Menšia skupina žiakov už niektoré spoje ovládala a pri riešení úlohy počítali spamäti. Verbálne prejavy žiakov počas činnosti na tabletoch sa týkali aplikácie a základných spojov. Žiaci si pri riešení úloh navzájom v dvojiciach radili, ich prehovory sa týkali spôsobu riešenia úloh, ovládania aplikácie a základných spojov. Jedna dvojica žiakov riešila úlohy najskôr priradením výsledkov k úlohám, pričom dvojice usporiadali do dvoch stĺpcov tak, ako predtým písali úlohy do zošita (pozri Obrázok 4). Ostatní žiaci spájali úlohy s výsledkami, ktoré následne po správnom spojení zmizli. Nepodarilo sa zaznamenať, v akom poradí žiaci úlohy riešili.



Obrázok 4. Špecifický spôsob riešenia úlohy

Počas činnosti na tabletoch bola pozornosť žiakov sústredená na riešenie úloh. Na riešenie úloh na interaktívnej tabuli sa dokázali žiaci sústrediť menej. Pre danú skupinu žiakov bola z hľadiska koncentrácie vhodnejšia činnosť v dvojiciach na tabletoch. Činnosť v dvojiciach bola vhodne zvolená aj z dôvodu rozhovorov medzi žiakmi, pretože tie boli zamerané na učivo. Počas frontálnej činnosti na interaktívnej tabuli boli žiaci nesústredení.

Overovaná aplikácia bola pre žiakov motivujúca. Viacerí žiaci vyslovili prosbu, aby sa mohli ešte zahrať na tablete. Činnosť na tabletoch nazvali žiaci hrou. Pred rozdáním tabletov prejavili nadšenie a počas riešenia úlohy na tablete sústredili svoju pozornosť na úlohu. Aplikáciu niekoľkokrát spustili znova a úlohy vyriešili viackrát, ako bolo udané v pokynoch. Po ukončení aktivity reagovali na otázky kladne a aplikáciu hodnotili ako zábavnú. Podľa vlastných slov by chceli na hodinách matematiky používať tablety častejšie.

Vytvorená a testovaná aplikácia sa ukázala byť vhodnou na precvičovanie základných spojov v danej triede prvého ročníka. Pri riešení žiaci sústredili svoju pozornosť na aplikáciu a vynali rôzne spôsoby vyriešenia úloh pre základné spoje, ktoré ešte neovládali. Pre danú skupinu žiakov bola aplikácia motivujúca a aktivitu vnímali ako hru.

5. Záver

Výsledky z pozorovania sú konzistentné so zisteniami iných výskumov, v ktorých sa potvrdilo, že hry a aplikácie na tabletoch môžu byť pre žiakov prvého stupňa motivujúce precvičovať učivo (Clarke & Abbott, 2016; Hilton, 2018; Li & Pow, 2011) a teda pomôcť automatizácii poznatkov. Žiaci vyslovili názor, že aplikácia je zábavná a boli motivovaní úlohy vyriešiť viackrát.

Fróes a Tosca (2018) vo svojom výskume zistili, že žiaci pokladali aplikácie za zábavné vtedy, keď im boli predstavené ako hry. Naopak, keď im boli aplikácie predstavené ako edukačné aplikácie, nepokladali ich za zábavné, ale dokázali presne povedať, čo sa z aplikácie naučili. V rámci daného výskumu označovali žiaci všetky činnosti na tabletoch ako hry a testovanú aplikáciu označila výskumníčka v pokynoch pre žiakov taktiež ako hru. Keďže bola aplikácia testovaná na jednej vyučovacej hodine, nebolo možné zistiť, ako dlho by boli žiaci motivovaní aplikáciu využívať.

V príprave učiteľov na vyučovanie sú dôležitými aspektami náročnosť prípravy materiálov z hľadiska času a zložitosti. Pri úmysle využívať aplikácie na vyučovaní má učiteľ na výber vyhľadávanie vhodných materiálov alebo ich vytvorenie. Zámerom štúdie bolo preto vytvoriť niekoľko aplikácií v online šablónach a overiť ich v skupine žiakov. Pri overovaní sme sa zamerali na ovládanie aplikácie a motiváciu žiakov. Dané aplikácie boli vytvorené na precvičovanie špecifickej časti učiva, preto poskytujú možnosť intenzívnejšieho precvičovania, na druhej strane ich nie je možné použiť na precvičovanie iných základných spojov. Z vytvorenej aplikácie je však možné vytvoriť podobnú aplikáciu malým počtom úprav a nie je potrebné prechádzať celým postupom vytvárania aplikácie od začiatku.

Overovaná aplikácia bola vhodná predovšetkým na precvičovanie učiva. Žiaci mali v danej aplikácii možnosť uvedomiť si chybne priradené páry a omyly opraviť bez započítania chyby. Aplikácia žiakov na chyby upozornila a ponúkla možnosť opravy. Aplikácia počet chýb nezaznamenala ani nehodnotila, tým sa minimalizoval pocit neschopnosti vyriešiť dané úlohy. Vzhľadom na to, že o omyloch žiakov neostane záznam, učiteľ nemá možnosť sledovať, ktoré spoje si už žiaci zautomatizovali.

Overená aplikácia bola vhodná pre žiakov prvého ročníka a bola pre nich motivujúca. Uvedená webová stránka môže poskytnúť učiteľom vhodný podklad k vytváraniu vlastných materiálov na vyučovanie matematiky v primárnom vzdelávaní, a to predovšetkým so zameraním na precvičovanie učiva.

Acknowledgements

Výskum bol podporený z univerzitného grantu UK/226/2018 a z projektu OPTIMAT APVV-15-037.

Literatúra

- Attard, C., & Curry, C. (2012). Exploring the Use of iPads to Engage Young Students with Mathematics. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Byers, P., & Hadley, J. (2013). Traditional and novel modes of activity in touch screen math apps. In *Proceedings of the 12th International Conference on Interaction Design and Children*. New York, NY: ACM.

- Clarke, L., & Abbott, L. (2016). Young pupils', their teacher's and classroom assistants' experiences of iPads in a Northern Ireland school: "Four and five years old, who would have thought they could do that?". *British Journal of Educational Technology*, 47(6), 1051-1064.
- Culén, A. L., & Gasparini, A. (2011). iPad: a new classroom technology? A report from two pilot studies. *INFuture Proceedings*, 3(2), 199-208.
- Fróes, I. C. G., & Tosca, S. (2018). Playful Subversions: Young children and tablet use. *European Journal of Cultural Studies*, 21(1), 39-58.
- Harris, K. (2015). *Using iPad applications to promote fluency in mathematics and improve attitudes toward studying* (Doctoral dissertation).
- Henderson, S., & Yeow, J. (2012, January). iPad in education: A case study of iPad adoption and use in a primary school. In *System science (hicss), 2012 45th hawaii international conference on* (pp. 78-87). IEEE.
- Hilton, A. (2018). Engaging Primary School Students in Mathematics: Can iPads Make a Difference?. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(1), 145-165.
- Li, S. C., & Pow, J. C. (2011). Affordance of deep infusion of one-to-one tablet-PCs into and beyond classroom. *International Journal of Instructional Media*, 38(4), 319-326.

CHESS INDEPENDENCE PROBLEMS

Karel PASTOR

Palacký University Olomouc, Faculty of Education (Czech Republic)

karel.pastor@upol.cz

Abstract

Board games can significantly develop combinatorial skills (not only) of pupils aged 6 to 11. Chess is one of the oldest and most famous games. In addition to playing chess games and practicing chess situations (for example solving diagrams) there are some mathematical chess problems that can help to develop combinatorial skills. In our paper we will focus on independence problems. We will reduce the classic chessboard 8×8 to a smaller 4×4 and 6×6 chessboard, respectively, to make chess independence problems more accessible to pupils aged 6 to 11.

Keywords: Mathematical chess problems, independence problems, Mathematical Kangaroo

1. Introduction

First of all, we would like to introduce to readers what mathematical chess problems mean, especially independence problems. We will explain these concepts by means of (“Mathematical chess problems”, Wikipedia).

A mathematical chess problem is a mathematical problem that is formulated using a chessboard and chess pieces. Many very good mathematicians, such as Leonhard Euler and Carl Friedrich Gauss, have studied mathematical chess problems.

Independence problems are a family of the following problems. Given a certain chess piece (queen, rook, bishop, knight, or king) find the maximum number of such pieces, which can be placed on a chessboard so that none of the pieces attacks each other. It is also required that an actual arrangement for this maximum number of pieces be found.

The previous problems have been resolved generally for the chessboard $n \times n$ (Gik, 2019), but we will reduce the classic chessboard 8×8 to a smaller 4×4 and 6×6 chessboard, respectively, in order to make chess independence problems more accessible to pupils aged 6 to 11.

We will recall (“Rules of chess”, Wikipedia) the movements of chess pieces (king, queen, rook, bishop and knight), and the movement of a special piece named kangaroo that was introduced in Mathematical Kangaroo (“Matematický klokan 2015”).

a) King

A king moves exactly one square horizontally, vertically, or diagonally, see Fig. 1.

b) Queen

A queen moves any number of vacant squares in a horizontal, vertical, or diagonal direction, see Fig. 2.

c) Rook

A rook moves any number of vacant squares in a horizontal or vertical direction, see Fig. 3.

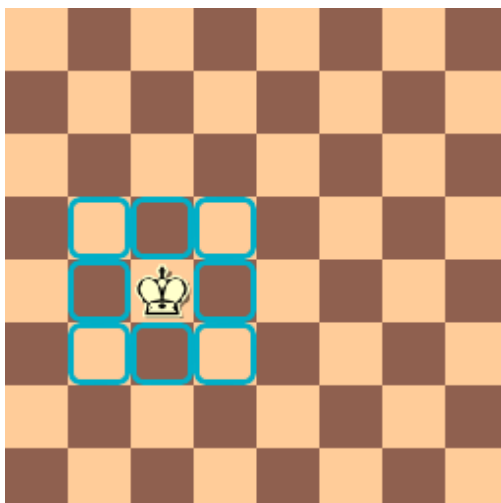


Figure 1. Moves of a king

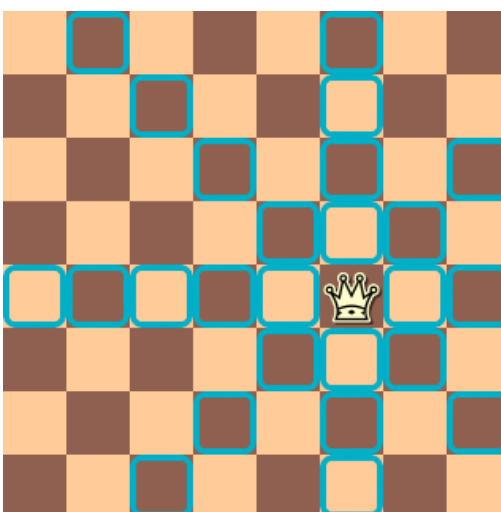


Figure 2. Moves of a queen

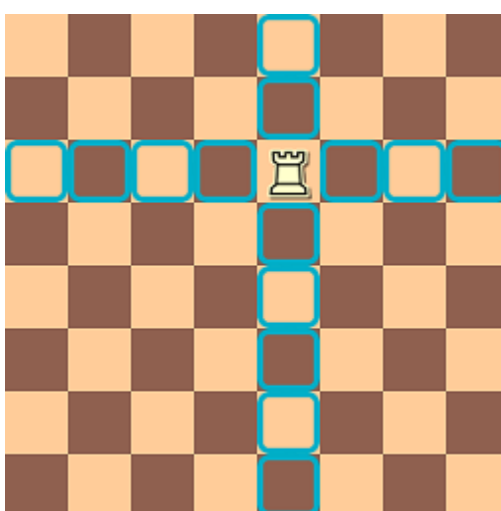


Figure 3. Moves of a rook

d) Bishop

A bishop moves any number of vacant squares in any diagonal direction, see Fig. 4.

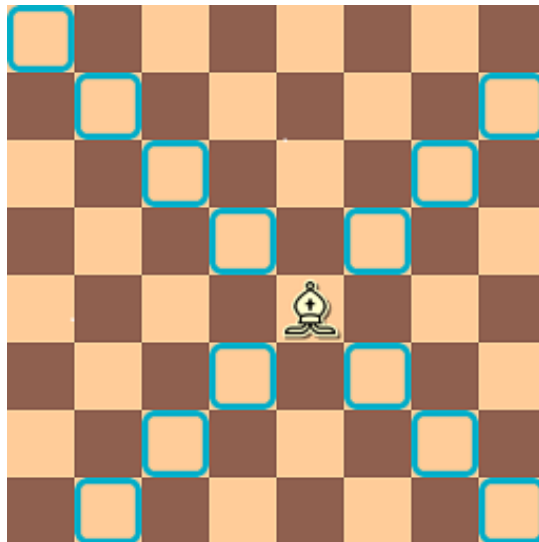


Figure 4. Moves of a bishop

e) Knight

A knight moves two squares horizontally then one square vertically, or one square horizontally then two squares vertically, see Fig. 5.

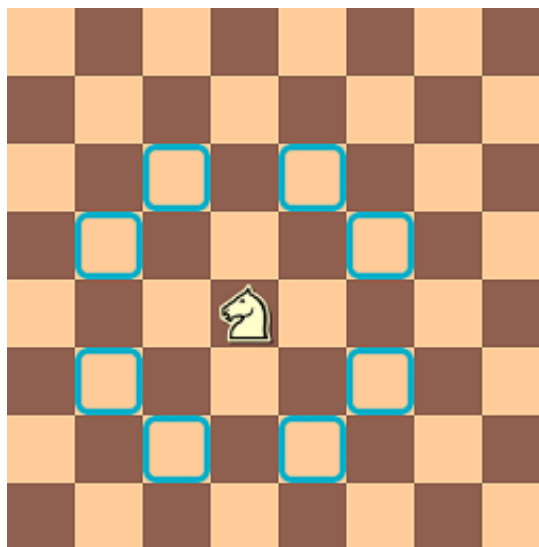


Figure 5. Moves of a knight

f) Kangaroo

A kangaroo moves three squares horizontally then one square vertically, or one square horizontally then three squares vertically, see Fig. 5.

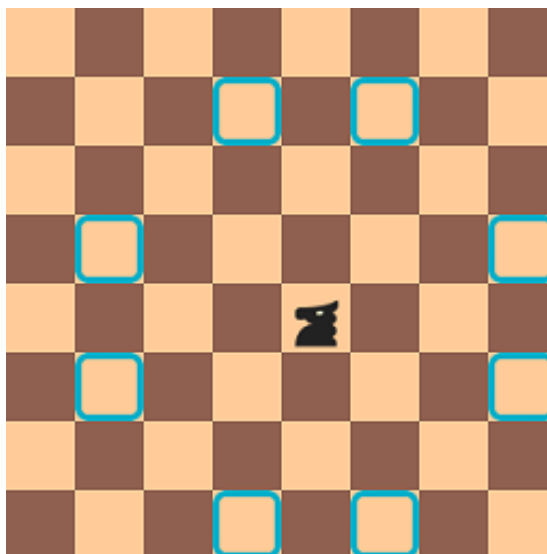


Figure 6. Moves of a kangaroo

2. 4×4 and 6×6 chessboards

Starting this section, we will recall (Gik, 2019) the general results of independence problems for the $n \times n$ chessboard and chess pieces and show examples for the 4×4 and 6×6 chessboards.

A. King

Since the maximum number of kings, which can be placed on a $n \times n$ chessboard so that none of the kings attacks each other is k^2 , where $n = 2 \cdot k$ (if n is even) or $n = 2 \cdot k - 1$ (if n is odd), we have that the maximum number for the 4×4 chessboard equals 4, and the maximum number for the 6×6 chessboard equals 9. See Fig. 7 and 8, respectively.

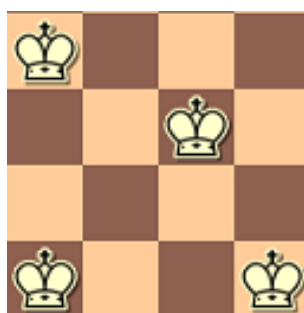


Figure 7. 4 kings

B. Queen

Since the maximum number of queens, which can be placed on a $n \times n$ chessboard so that none of the queens attacks each other is n for $n \geq 4$, we have that the maximum number for the 4×4 chessboard equals 4, and the maximum number for the 6×6 chessboard equals 6. See Fig. 9 and 10, respectively.

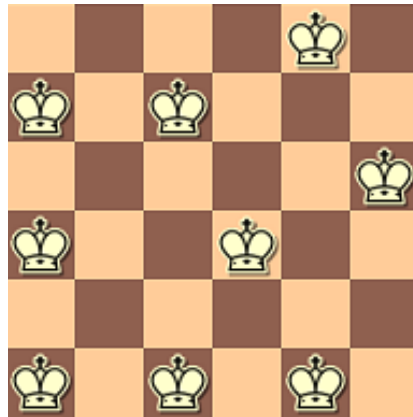


Figure 8. 9 kings

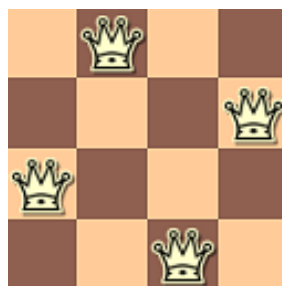


Figure 9. 4 queens

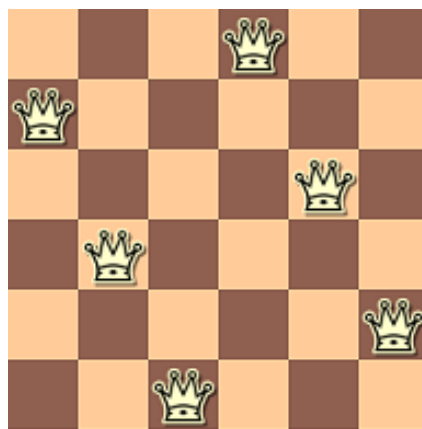


Figure 10. 6 queens

C. Rook

Since the maximum number of rooks, which can be placed on a $n \times n$ chessboard so that none of the rooks attacks each other is n , we have that the maximum number for the 4×4 chessboard equals 4, and the maximum number for the 6×6 chessboard equals 6. See Fig. 11 and 12, respectively.

D. Bishop

Since the maximum number of bishops, which can be placed on a $n \times n$ chessboard so that none of the bishops attacks each other is $2n-2$ for $n \geq 2$, we have that the maximum number for the 4×4 chessboard equals 6, and the maximum number for the 6×6 chessboard equals 10. See Fig. 13 and 14, respectively.

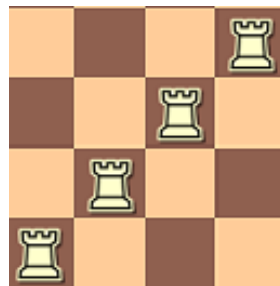


Figure 11. 4 rooks

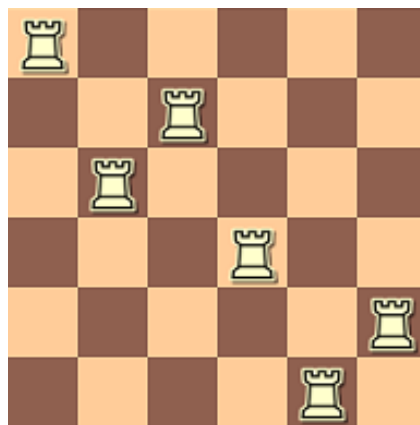


Figure 12. 6 rooks

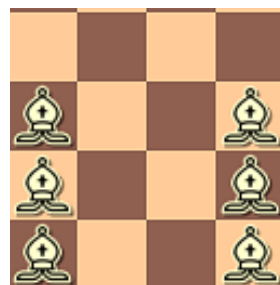


Figure 13. 6 bishops

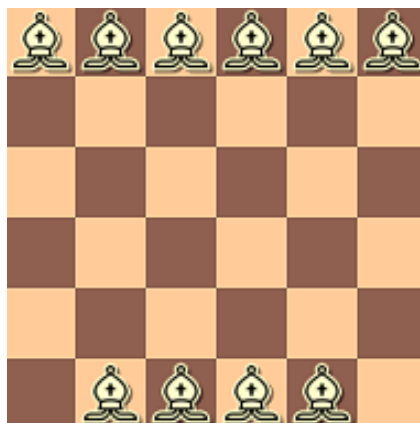


Figure 14. 10 bishops

E. Knight

Since the maximum number of knights, which can be placed on a $n \times n$ chessboard so that none of the knights attacks each other is $n^2/2$ whenever n is even, and $(n^2+1)/2$ whenever n is odd, we have that the maximum number for the 4×4 chessboard equals 8, and the maximum number for the 6×6 chessboard equals 18. See Fig. 15 and 16, respectively.

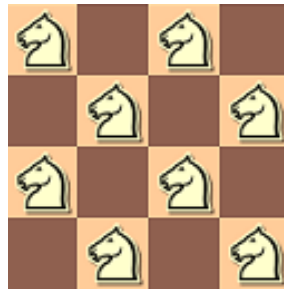


Figure 15. 8 knights

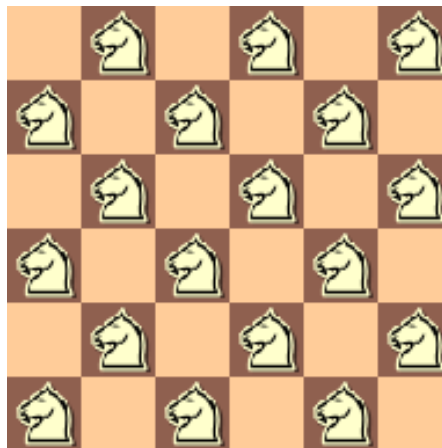


Figure 16. 18 knights

Finishing this section, we will solve the independence problem for the kangaroo and the 4×4 and 6×6 chessboards.

i) 4×4 chessboards

We can notice that a kangaroo on an interior square of 4×4 chessboard does not attack any square, so we can place kangaroos on the all four interior squares of 4×4 chessboard. Since a kangaroo on an outer square of 4×4 chessboard attacks just two squares, it follows that we can occupy by kangaroos maximally one half of the outer squares of 4×4 chessboard, i.e. six squares. Figure 17 illustrates that the number 6 is possible in fact, thus the maximum number of kangaroos, which can be placed on 4×4 chessboard so that none of the kangaroos attack each other is 10.



Figure 17. 10 kangaroos

ii) 6×6 chessboards

A kangaroo on any square of 6x6 chessboard attacks at least 2 squares. Thus we can occupy by kangaroos maximally one half of all squares of 6x6 chessboard, i.e. 18 squares. Figure 18 illustrates that the number 18 is possible in fact.



Figure 18. 18 kangaroos

3. Conclusion

We were interested in some chess independence problems that can be solved by pupils aged 6 to 11. A special attention was focused on a special piece named kangaroo.

To solve the previous problems pupils can use, for example, a printed chessboard and beans instead of pieces, or they can use some computer application, see e.g. (“Chess Diagram Setup”).

Another kind of mathematical chess problems is a covering problem. In these problems it is requested to find a minimum number of pieces of the given kind and place them on a chess board in such a way, that all free squares of the board are attacked by at least one piece (“Mathematical chess problems”, Wikipedia).

Acknowledgements

The research was supported by the project “Math Teachers’ Preparedness for Pupils’ Digital Literacy Development”, Proj. no. IGA_PdF_2019_001, carried out at the Department of Mathematics, Faculty of Education, Palacký University in Olomouc.

References

- Gik, E. (2019). Šachmaty i matematika (in Russian). Retrieved 26-06-2019, from <http://golovolomka.hobby.ru/books/gik/index.shtml>
- (n.d.). Mathematical chess problems. (Wikipedia). Retrieved 26-06-2019, from https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_chess_problem
- (n.d.). Rules of chess. (Wikipedia). Retrieved 26-06-2019, from https://en.wikipedia.org/wiki/Rules_of_chess
- (n.d.). Matematický klokan 2015 (in Czech). Retrieved 26-06-2019, from http://www.matematickyklokan.net/phocadownload/sborniky/sbornik_klokan_2015.pdf
- (n.d.). Chess Diagram Setup. Retrieved 26-06-2019, from <https://www.jinchess.com/chessboard/composer/>

KOGNITIVNÍ FENOMÉNY DOPROVÁZEJÍCÍ PROCES VYTVÁŘENÍ PŘEDSTAVY PŘIROZENÉHO ČÍSLA V ROLI POČTU

Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Jaroslav HORA

Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta pedagogická (Česká republika)
pechouck@kmt.zcu.cz, horajar@kmt.zcu.cz

Abstrakt

Ve školním roce 2014/15 byl v 1. ročníku základní školy realizován laboratorní experiment, který se stejným vzorkem žáků pokračoval ve školním roce 2015/16 ve 2. ročníku a jehož cílem bylo popsat některé kognitivní fenomény doprovázející enaktivní reprezentaci vybraných přirozených čísel prostřednictvím Cuisenairových hranolků. Byly zaznamenány tyto kognitivní fenomény: kooperace vizuální a haptické percepce, kooperace enaktivní a ikonické reprezentace, kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace, interference mezi kvalitativním a kvantitativním chápáním čísla, sémanticky chybné vnímání čísla, podpora enaktivní reprezentace haptickou percepcí a podpora enaktivní reprezentace vizuální percepcí. Experimentu se v každém ročníku zúčastnilo 100 žáků.

Klíčová slova: enaktivní reprezentace, Cuisenairovy hranolky, kognitivní fenomény

COGNITIVE PHENOMENA ACCOMPANYING THE PROCESS OF NATURAL NUMBER CONCEPTION FORMATION IN NUMBER ROLL

Abstract

A laboratory experiment was conducted in first grade in the academic year 2014-15 and was continued in 2015-16 with the same sample of pupils in their second grade. Its aim was to describe some cognitive phenomena that accompany the enactive representation of selected natural numbers with Cuisenaire rods. The following cognitive phenomena were registered: cooperation of visual and haptic perception, cooperation of enactive and iconic representation, cooperation of enactive representation with verbal and auditory representation, interference of quantitative and qualitative understanding of number, semantically incorrect perception of number, enhancement of enactive representation by haptic representation and enhancement of enactive representation by visual representation. The experiment was attended by 100 pupils each year.

Keywords: enactive representation, Cuisenaire rods, cognitive phenomena

1. Úvod

Vytváření představy přirozeného čísla je důležitý proces, který je základem pro další práci žáka s přirozeným číslem, tedy pro porovnávání přirozených čísel a početní operace s přirozenými čísly. Proto je třeba pojmotvornému procesu přirozeného čísla věnovat ve školách náležitou pozornost. Tento proces doprovází řada kognitivních fenoménů. Některé z nich bychom chtěli popsat v následujícím textu.

Postupně jednotlivé fenomény představíme nejdříve obecně (tedy vymezíme klíčové pojmy a uvedeme východiska výzkumu) a poté je budeme demonstrovat na konkrétních ukázkách v rámci laboratorního experimentu, který proběhl v 1. a 2. ročníku základní školy.

2. Experiment na základní škole

Ve školním roce 2014/2015 proběhl v prvním ročníku základní školy laboratorní experiment, který v následujícím školním roce pokračoval se stejným vzorkem žáků ve druhém ročníku. Jeho cílem bylo popsat kognitivní fenomény doprovázející enaktivní reprezentaci vybraných přirozených čísel prostřednictvím Cuisenairových hranolků.

V 1. ročníku žáci během školního roku postupně řešili 5 úkolů a reprezentovali čísla 4, 5, 6, 9 a 11. Ve 2. ročníku to byly 3 úkoly a čísla 7, 10, 12, 19, 27, 34, 46 a 55. Úkoly byly motivovány nákupem zvláštních peněz, které představovaly Cuisenairovy hranolky, aby byl odstraněn vliv jemné motoriky žáka na jeho manipulativní činnost. V prvních třech úkolech prvního ročníku byly použity modifikované hranolky (Obr. 1), které se od sebe lišily délkou,



Obrázek 1. Modifikované Cuisenairovy hranolky (zdroj vlastní)

ale nebyly barevné, aby byla odstraněna interference barev. V dalších úkolech, kde již byla pomůcka žákům známá a vliv barvy na volbu hranolku nebyl zásadní, žáci pracovali s originálními Cuisenairovými hranolky (Obr. 2).



Obrázek 2. Cuisenairovy hranolky (zdroj vlastní)

Žák vždy řešil úkoly samostatně a odděleně od ostatních dětí na pracovním stole, na kterém měl k dispozici hromádky Cuisenairových hranolků. Některé hromádky byly odkryté, jiné se postupně odkrývaly v průběhu řešení a to tak, aby žák musel při reprezentaci daného čísla použít alespoň dva hranolky. U každé hromádky byla karta s číslem, jež označovalo, jaké číslo hranolek reprezentuje. Žák dostal velkou kartu, která představovala cenu zboží, a úkolem bylo tuto cenu zaplatit (Obr. 3) (Pěchoučková 2018).



Obrázek 3. Připravené pomůcky v 1. ročníku (zdroj vlastní)

V průběhu experimentu byly zaznamenány tyto kognitivní fenomény:

- kooperace enaktivní a ikonické reprezentace,
- kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace,
- podpora enaktivní reprezentace vizuální percepcí,
- podpora enaktivní reprezentace haptickou percepcí,
- kooperace haptické a vizuální percepcí,
- interference mezi kvalitativním a kvantitativním vnímáním čísla,
- sémanticky chybné vnímání čísla.

V následujícím textu jednotlivé fenomény popíšeme.

2.1. Kooperace enaktivní a ikonické reprezentace

Reprezentaci chápeme „jako základní prvek kognitivního vztahu člověka ke světu“ (Kolláriková, Pupala 2001, s. 188).

Psychologický slovník (Hartl, Hartlová 2009, s. 506) vymezuje reprezentaci dvěma způsoby:

1. „věc sama, její představa či symbol věc zastupující“
2. „kognitivisty chápána i jako přímý podnět, zpracování tohoto podnětu ve vědomí, jeho kódování, jeho obraz, představa, abstraktní idea, příp. zpřítomnění minulých prožitků.“

Americký psycholog Jerome Bruner rozlišuje tři typy reprezentace neboli tři úrovně procesu poznání (Ruisel 2004):

- enaktivní reprezentace,
- ikonické reprezentace,
- symbolické reprezentace.

Enaktivní reprezentace souvisí s přímou činností a fyzickou zkušeností dítěte. Příkladem enaktivní reprezentace přirozeného čísla 5 může být například postavení komínu z 5 kostek, pět tlesnutí rukama, výběr pěti fazolí ze sáčku nebo pět dřepů dítěte. Kuřina (2013) řadí mezi enaktivní reprezentaci čísel počítání na prstech, počítání na klasickém počítadle, řádovém počítadle nebo na línách. Vhodnou pomůckou pro enaktivní reprezentaci přirozeného čísla jsou podle našeho názoru také Cuisenairovy hranolky. Jejich autorem je Belgičan George Cuisenaire, který tvrdil, že noty v hudebních stupnicích a číselné relace si navzájem odpovídají. Sestavil tedy „klávesnici pro matematiku“, sadu pečlivě navržených hranolků v odstupňovaných délkách a vybraných barvách. Cuisenairovy hranolky mají tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavou hranou o velikosti 1 cm. Délka hranolků se mění od 1 cm do 10 cm. Hranolky stejné délky mají stejnou barvu a reprezentují stejné přirozené číslo (Obr. 2, Tab. 1).

Tabulka 1. Cuisenairovy hranolky

délka hranolku	barva hranolku	přirozené číslo, které reprezentuje	označení v dalším textu
1 cm	bílá	1	jednotkový hranolek
2 cm	červená	2	dvojkový hranolek
3 cm	světle zelená	3	trojkový hranolek
4 cm	fialová	4	čtyřkový hranolek
5 cm	žlutá	5	pětkový hranolek
6 cm	tmavě zelená	6	šestkový hranolek
7 cm	černá	7	sedmičkový hranolek
8 cm	hnědá	8	osmičkový hranolek
9 cm	modrá	9	devítkový hranolek
10 cm	oranžová	10	desítkový hranolek

Ikonické reprezentace představují užívání různých zástupných modelů reality v podobě obrazů, schémat a představ, které realitu připomínají (zastupují). V souvislosti s ikonickými modely hovoří Kuřina (2013) o číselných obrazcích a Cuisenairových proužcích. S číselnými obrazci se v současné době setkáváme na hracích kostkách a kamenech domina. Cuisenairovy proužky (tedy grafický 2D model) spojují podle jeho názoru kardinální pohled na přirozené číslo (z kolika čtverců se proužek skládá) s ordinálním a geometrickým pohledem (propedeutika měření délek). My Cuisenairovy proužky (grafický 2D znak) také považujeme za ikonickou reprezentaci přirozeného čísla, Cuisenairovy hranolky (model 3D) však řadíme mezi enaktivní reprezentanty

Symbolické reprezentace popisují jevy a vztahy v jistém jazyce, konkrétně tedy například pomocí matematického symbolického jazyka (matematických znaků). Symbolickou reprezentací čísla pět je číslice 5. Užití symbolických reprezentací znamená odklon od bezprostřední fyzické reality, tedy se jedná o reprezentace prostřednictvím abstraktních pojmů a kategorií.

V případě kooperace enaktivní a ikonické reprezentace došlo při experimentu k tomu, že žák při enaktivní reprezentaci daného přirozeného čísla počítal po jedné, tedy použil jednotkové hranolky, které umístil do číselné figury, jaká je na hrací kostce.

Ilustrace 1 - Anna

Anna odkryje kartu s číslem 4, drží ji v levé ruce. Pravou rukou se natahuje po trojovém hranolku. Pak ruku přemístí ke hromádce s jednotkovými hranolky. Odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky. Položí je na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce. Pomáhá si přitom levou rukou (6 s).

Tento fenomén se objevil v 7 % případů.

2.2. Kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace

M. Sedláková (2004) hovoří o reprezentaci externí a interní (mentální, kognitivní). Za externí reprezentaci považuje reprezentaci obrazovou a verbální. Obrazová reprezentace zprostředkovaná zobrazením nebo kresbou je konkrétnější, protože je asociovaná pouze s vizuální modalitou informace. Verbální (jazyková) reprezentace zprostředkovaná řečí je abstraktní a nenese přímý vztah k modalitě. Reprezentace interní se člení na reprezentaci symbolickou a reprezentaci distributivní.

Při vytváření pojmu čísla pracuje dítě s různými názornými reprezentanty, které usnadňují vytváření mentálních obrazů, tedy i interních reprezentací čísel (Hejný, Kuřina 2001). Jedním z typů reprezentace je reprezentace auditivní. Začátek písničky „Jedna, dva, tři, čtyři, pět“ je auditivní reprezentací čísla 5. Mentální reprezentace mohou být nejrůznějšího druhu, od separovaných modelů přes modely generické (Gray, Tall 1991) až k pojmům.

Některé děti při provádění enaktivní reprezentace čísla počítaly nahlas. Tento fenomén jsme označili jako **verbální a auditivní reprezentaci**. Spojili jsme tak termín „verbální“ psycholožky Sedlákové s termínem „auditivní“ didaktiků Hejného a Kuřiny, neboť se domníváme, že oba typy reprezentace spolu úzce souvisejí, tak jako spolu souvisejí řeč a sluch. Jeden typ reprezentace je doplněn druhým typem reprezentace. Důležitou roli zde hraje akustický percepční kanál.

Za verbální a auditivní reprezentaci čísla jsme považovali následující verbální projevy:

- při reprezentaci čísla dítě počítá nahlas nebo potichu, např. při reprezentaci čísla čtyři počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“
- při reprezentaci čísla řekne dítě nahlas nebo potichu příslušný spoj, např. při reprezentaci čísla 4 řekne: „Tři plus (resp. a) jedna rovná se (resp. jsou) čtyři.“
- pokud dítě řekne nahlas nebo potichu „Čtyři“, nepovažujeme toto za verbální a auditivní reprezentaci čísla, ale pouze za přečtení symbolického zápisu čísla (Pěchoučková 2018).

Ilustrace 2 – Bohumil

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, nese ho ke kartě, řekne: „To je...“, hranolek položí na kartu, řekne: „Šest.“ (5 s). Řekne: „A pět“, pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Tento fenomén jsme zaznamenali ve 21 % případů.

2.3. Podpora enaktivní reprezentace vizuální percepce

Percepce rozumíme smyslové vnímání (Hartl, Hartlová 2009), tedy odrážení reality prostřednictvím smyslových orgánů. Za **vizuální percepce čísla** je označováno zrakové vnímání čísla, tedy konkrétně pozorování předmětů před začátkem vlastní reprezentace daného čísla. V případě manipulace s Cuisenairovými hranolky žák tedy prováděl vizuální percepce např. čísla 3, pokud po určitou dobu pozoroval hromádku trojkových hranolků. Proto byl při experimentu měřen a zaznamenáván čas (Pěchoučková 2018).

Ilustrace 3 – Cecilie

Otočí kartu s číslem 9. Sleduje hromádky zprava doleva (10 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Celkově jsme podporu enaktivní reprezentace vizuální percepce zaznamenali ve 33 % případů. Vyšší výskyt byl u čísla 4, čísla 5 a čísla 6 zaznamenán v 1. ročníku při řešení prvních dvou úkolů. Mohlo to souviset se snahou o bližší seznámení s Cuisenairovými hranolky. V dalších úkolech využívali žáci vizuálního kanálu především k volbě vhodné procedury operace sčítání.

2.4. Podpora enaktivní reprezentace haptickou percepce

Za haptickou percepce považujeme dotekovou percepce čísla neboli taktilní dokumentaci čísla, kdy se žák před, během nebo po ukončení procesu reprezentace dotýká prsty či celou rukou předmětů, aniž by předměty přemisťoval. Při našem experimentu se tedy žák uvedeným způsobem dotýkal Cuisenairových hranolků (Pěchoučková 2018).

Ilustrace 4 – David

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou se dotkne jednoho šestkového hranolku. Posune ho z hromádky, pustí ho (5 s). Vezme ho znovu do ruky. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s pětkovými hranolky, vezme jeden pětkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

V průběhu experimentu byla podpora enaktivní reprezentace haptickou percepce zaznamenána ve 12 % případů. Nejvyšší výskyt jsme zaznamenali na začátku experimentu, tedy při řešení prvního úkolu při reprezentaci čísla 4, a poté na konci experimentu v červnu při reprezentaci čísla 9. Domníváme se, že na začátku experimentu haptický kanál žáci ve velké míře využívali pro bližší seznámení s Cuisenairovými hranolky. Na konci experimentu souvisí používání haptického kanálu s tím, že žáci měli vytvořené pouze separované modely čísla 9.

2.5. Kooperace haptické a vizuální percepce

Při řešení jednotlivých úkolů se objevovalo i to, že žák určitou dobu pozoroval Cuisenairovy hranolky, prováděl tedy jejich vizuální percepce, a rovněž prováděl dotekovou percepce některých hranolků.

Ilustrace 5 - Evžen

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Na pravé ruce postupně po jednom odpočítá a zvedne pět prstů. Pravou rukou vezme z karty jeden pětkový hranolek a vrátí ho na hromádku (5 s). Levou ruku natáhne k hromádce

s jednotkovými hranolky, dotkne se jednoho, ruku zvedne a přesune k hromádce s dvojkovými hranolky. Vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (5 s). Dívá se na oba hranolky na kartě (6 s). Pravou rukou vezme z karty jeden dvojkový hranolek a vrátí ho zpět na hromádku (2 s). Pravou rukou dvakrát ťukne na pětkový hranolek na kartě. Pravou ruku natáhne k hromádce s dvojkovými hranolky, ruku přemístí od této hromádky k hromádce se čtyřkovými hranolky, vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (5 s). Podívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pak na hromádku s pětkovými hranolky (7 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s pětkovými hranolky, ruku vrátí zpět (3 s).

Tento fenomén byl pozorován ve 23 % případů.

2.6. Interference mezi kvalitativním a kvantitativním vnímáním čísla

Tento fenomén budeme demonstrovat na ilustraci 6, kterou doplníme ještě slovním komentářem.

Ilustrace 6 – Filoména

Filoména otočí kartu s číslem 4. Těká očima zleva doprava a zpět po hromádkách s hranolky a po kartě s číslem. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Otočí kartu s číslem 6. Znovu těká očima zleva doprava po hromádkách s hranolky (6 s). Sáhne po dvojkovém hranolku levou rukou a pravou natahuje ke hromádce s trojkovými hranolky. Zarazí se. Prohlíží si trojkový hranolek položený na kartě s číslem 4. Pravou rukou ho uchopí a vrátí zpět na hromádku (8 s). Do levé ruky vezme dva dvojkové hranolky a položí na kartu s číslem 4 (2 s). Levou ruku vrátí k hromádce s dvojkovými hranolky, vezme dva, než však s nimi zvedne ruku, opět pohlédne na kartu s číslem 4 (4 s). Dva dvojkové hranolky ponechá na místě, levou ruku přemístí k hromádce jednotkových hranolků. Odpočítá po jednom šest těchto hranolků a dá je na kartu s číslem 6 (7 s).

Komentář: Při reprezentaci čísla 4 došlo k vizuální percepci čísla 1, čísla 2 a čísla 3. Filoména nepřemýšlela nad hodnotou hranolku. Zvolila takový hranolek, který „se vejde“ do čísla 4, hranolek trojkový. Číslo vnímala kvalitativně, čas potřebný k vyjádření této kvality byl 4 s. Během reprezentace čísla 6 a při vizuální percepci čísla 3 došlo ke strukturaci. Filoména začala číslo vnímat kvantitativně, na uvědomění si kvantity potřebovala 11 s.

Interference mezi kvalitativním a kvantitativním vnímáním čísla se objevila ve 4 % případů. U některých žáků však nedošlo ke strukturaci, jako tomu bylo u Filomény. Žáci číslo vnímali pouze kvalitativně a neuvědomovali si jeho kvantitu.

2.7. Sémanticky chybné vnímání čísla

Sémantika je obor jazykovědy, který se zabývá smyslem a významem slov a komunikačních prostředků (Hartl, Hartlová 2009). „Sémantika se soustřeďuje zejména na zkoumání vztahů mezi jazykovými výrazy a předměty, ke kterým se tyto výrazy vztahují, a na ty vlastnosti a vztahy výrazů, které souvisí s jejich vztahy k těmto předmětům“ (Cmorej 2002, s. 28).

Sémanticky chybné vnímání čísla popisuje ilustrace 7 a s ní související slovní komentář.

Ilustrace 7 – Gisela

Gisela otočí pravou rukou kartu s číslem 4, prohlíží si ji (5 s). Pravou ruku natáhne ke hromádce trojkových hranolků. Po jedné odpočítá čtyři tyto hranolky (7 s.) Řekne: „Čtyři.“ Hranolky položí na kartu. Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom šest

trojkových hranolků a položí je na kartu (9 s). Řekne: „Šest.“ Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou odpočítá po jednom pět trojkových hranolků a položí je na kartu (8 s.) Řekne: „Pět.“

Komentář: Sémanticky uchopila Gisela číslo 3 nesprávně. Trojkový hranolek volí proto, že je to největší z nabízených hranolků. Důvodem může být i hledisko vzdálenosti, trojkové hranolky byly nejbližší její pravé ruce. Lze říci, že z pohledu dívky při reprezentaci obou sledovaných čísel počítala po jedné. Do žádného z uvedených čísel nemá vhléd. Strukturu každého čísla teprve buduje.

Sémanticky chybně vnímali žáci čísla v 9 % případů.

3. Závěr

Na základě vyhodnocení experimentu bylo zjištěno, že ze sledovaných fenoménů se v největším počtu případů vyskytovala podpora enaktivní reprezentace vizuální percepce a nejméně interference mezi kvalitativním a kvantitativním vnímáním čísla. Vezmeme-li v úvahu další jevy, které byly v rámci experimentu zkoumány, jako byly používané strategie nebo proces vytváření separovaných a generických modelů vybraných přirozených čísel, můžeme říci, že v 1. ročníku základní školy je třeba klást důraz na správné vytváření představy přirozeného čísla 9 a to využíváním manipulativní činnosti při rozkladu tohoto čísla na dva sčítance. Ve 2. ročníku základní školy se pak ukazuje jako stěžejní procvičování rozkladu dvojciferných čísel na desítky a jednotky.

Acknowledgements

Článek je dílčím výstupem projektu GRAK2019 Kognitivní fenomény doprovázející proces vytváření přirozeného čísla a byl podpořen ESF projektem Západočeské univerzity v Plzni registrační číslo CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002287.

Literatura

- Cmorej, P. (2002). *Úvod do logické syntaxe a sémantiky*. Praha: Triton.
- Gray, E., M., & Tall, D. O. (1991). Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathematical Thinking. In *Proceedings of PME XIII*. Assisi, s. 72-79.
- Hartl, P., & Hartlová, H. (2009). *Psychologický slovník*. Praha: Portál.
- Hejný, M., & Kuřina, F. (2001). *Dítě, škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál.
- Kolláriková, Z., Pupala, P., & kol. (2001). *Předškolní a primární pedagogika*. Praha: Portál.
- Kuřina, F. (2013). Jazyky a reprezentace ve vyučování matematice. *Matematika, fyzika, informatika č. 1, roč. 22*, s. 2-16.
- Pěchoučková, Š. (2018). *Přirozené číslo a manipulace s Cuisenairovými hranolky*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni.
- Ruisel, I. (2004). *Intelligence a myšlení*. Bratislava: Ikar.
- Sedláková, M. (2004). *Vybrané kapitoly z kognitivní psychologie. Mentální reprezentace, mentální modely*. Praha: Grada Publishing a.s.

ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION JOURNAL

Editorial Office: Palacký University Olomouc
Faculty of Education
Department of Mathematics

Address: Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Czech Republic

Phone: +420 58 563 5709

E-mail: emej@upol.cz

Electronic edition: <http://emejournal.upol.cz/issues>

Vol. 1, No. 2

ISSN 2694-8133