

## ANALÝZA PRÁČ ŠTUDENTOV V KONTEXTE ZARADENIA TECHNOLÓGIE ROZŠÍRENEJ REALITY DO MATEMATICKEJ EDUKÁCIE

Alena PRÍDAVKOVÁ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovensko)  
alena.pridavkova@unipo.sk

### Abstrakt

Integrácia edukačných aktivít s podporou technológie rozšírenej reality (Augmented Reality – AR) vytvára nové možnosti v matematickej edukácii. Cieľom realizovaného skúmania bolo (1) zaradiť činnosti s využitím technológie AR do pregraduálnej prípravy učiteľov elementaristov a (2) analyzovať produkty práce študentov pred a po zavedení edukačných aktivít s využitím technológie rozšírenej reality. Výskum bol orientovaný na tematickú oblasť aritmetiky – zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Prezentované sú typy modelov daného matematického konceptu, ktoré boli identifikované kvalitatívnou analýzou. Výstupy študentov boli predmetom kvantitatívnej analýzy.

**Kľúčové slová:** matematická edukácia, technológia rozšírenej reality, model prirodzeného čísla

## ANALYSIS OF STUDENTS' WORK IN THE CONTEXT OF INCLUDING THE AUGMENTED REALITY TECHNOLOGY IN MATHEMATICS EDUCATION

### Abstract

Integration of education activities supported by Augmented Reality technology (AR) creates new opportunities in mathematics education. The research aims are (1) to implement activities using AR technology in primary school teacher training, (2) to analyse students' work before and after the implementation AR activities. Research is focused on the arithmetic area – standard and expanded forms of natural numbers in the decadic number system. The types of models of the concept are presented in the article. Models were identified by qualitative analysis. The students' outputs were quantitatively analysed.

**Keywords:** mathematical education, augmented reality technology, number model

### 1. Technológia rozšírenej reality v matematickej edukácii

Zaradenie technológie rozšírenej reality (Augmented Reality – AR) do vyučovania prináša viaceré výhody. Podľa Tiede et al. (2023) dochádza k zvýšeniu motivácie študentov pre učenie sa, miery spolupráce, ale aj porozumenia vybraných pojmov. Technológia AR má potenciál v kontexte zmien foriem vyučovania, v dôsledku ktorých dochádza k zvýšeniu motivácie študentov a k posilneniu zážitku v procese učenia sa (Afnan et al., 2021; Boras, 2022; Demitriadou et al., 2020; Koparan et al., 2023; Nevřelová & Koreňová, 2022).

Implementáciou rozšírenej reality do edukačnej praxe sa vyučovanie stáva zaujímavejším, informácie a poznatky sú pre žiakov prístupnejšie a lepšie pochopiteľné. Táto zmena je, podľa Boras (2022), kľúčová v kontexte meniacich sa potrieb študentov 21. storočia. Efektívna inkorporácia technológie AR do vyučovania je podmienená vedomosťami učiteľov o existujúcich prostriedkoch a o možnostiach využitia ich potenciálu. Týka sa to aj populácie budúcich učiteľov – študentov, ktorí majú záujem o poznávanie možností práce s technológiou AR vyplývajúcich z ich pozitívneho postoja k zmene edukačných prístupov (Castaño-Calle et al., 2022). Výsledky výskumu ukazujú na dôležitosť poskytovania poznatkov a rozvoja zručností v oblasti práce s technológiou AR. Edukácia realizovaná s podporou prostriedkov využívajúcich technológiu rozšírenej reality zvyšuje kvalitu prípravy budúcich učiteľov (Gómez-García et al., 2021), kedy študenti prejavujú väčší záujem o inovácie (Sáez-López et al., 2020).

AR technológia je považovaná za prostriedok realizácie zmien v prístupoch k matematickému vzdelávaniu a k zvýšeniu miery pozornosti študentov na rôznych úrovniach vzdelávania (Afnan et al., 2021). Zavedenie nových technológií do matematického vzdelávania vo forme rozšírenej reality pôsobí na rast úrovne interaktivity a záujmu žiakov o matematiku (Demitriadou et al., 2020). Uvedená skutočnosť podnecuje k efektívnejšiemu učeniu sa a lepšiemu porozumeniu matematických konceptov v porovnaní s tradičnými metódami výučby. Ukazuje sa, že práca s aplikáciami využívajúcimi AR technológiu, má pozitívny vplyv na úroveň zvládnutia matematických problémov. Učiaci sa vnímajú problém ako jednoduchší, v porovnaní s verziou vo forme pero-papier (Afnan et al., 2021). Súhlasný postoj k používaniu AR vo vyučovaní matematiky z pohľadu zvýšenia motivácie, aktivity žiakov, zlepšenia ich výsledkov, ako aj v kontexte zmeny klímy v triede, prezentuje aj Radu (2014). Ďalšie výhody začlenenia technológie AR do matematickej edukácie uvádza Hnatová (2023).

V obsahu matematickej edukácie je možné špecifikovať viacero oblastí, pri ktorých je vhodné využiť aktivity s aplikáciou technológie rozšírenej reality (Mokriš, 2022; Prídavková, 2022; Hnatová & Hnat, 2021). Digitalizované edukačné materiály vytvorené na prácu s podporou AR, v prípade niektorých matematických konceptov, nahrádzajú činnosti s reálnymi pomôckami, ktoré sú zastúpené modifikovateľnými virtuálnymi objektami. Edukačné podporné materiály spomenutého charakteru môžu byť súčasťou vzdelávania v rôznych cieľových skupinách, ako u žiakov na základnej škole, tak aj pri študentoch na vysokých školách. Použitie technológie AR prispieva k optimalizácii prípravy budúcich učiteľov (Gómez-García et al., 2021).

Na Pedagogickej fakulte PU v Prešove sú činnosti a aktivity s podporou technológie AR súčasťou pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov elementaristov. Študenti majú možnosť spoznať potenciál a prínos práce s nástrojmi s podporou technológie AR z viacerých pohľadov. Uvádzame niektoré z benefítov plynúcich z práce s AR:

- možnosť získať skúsenosti a zručnosti pri práci s dynamickými softvérmi a aplikáciami (rozvoj digitálnych kompetencií),
- prítomnosť dynamickej dimenzie v materiáloch ako predpoklad možnosti prezentovať proces konštruovania modelov alebo postupu riešenia úlohy (nielen statické znázornenie výsledku úlohy),
- možnosť modifikovať vstupné kritériá v modeloch a tvoriť tak úlohy diferencovanej úrovne náročnosti,
- priestor pre individuálnu prácu, podmienky na riešenie problémov rôznymi stratégiami;
- poskytnutie spätnej väzby (napríklad pri tvorbe modelu matematického konceptu zadáním vstupných parametrov). (Prídavková, 2022, 2023).

Predmetom prezentovaného skúmania bola oblasť týkajúca sa reprezentácií a modelov pre zápis prirodzených čísel v desiatkovej číselnej sústave. Predstavené budú výsledky realizovaného výskumu, v rámci ktorého bola pri príprave budúcich učiteľov primárneho vzdelávania aplikovaná technológia AR.

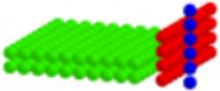
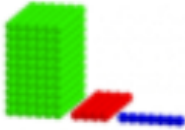
## 2. Modely prirodzeného čísla

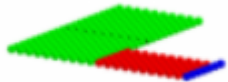
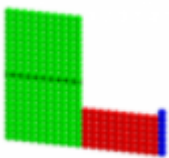
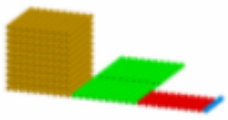
Rozvinutý a skráteneý zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave je možné prezentovať žiakom už od primárneho stupňa vzdelávania, využitím modelov rôzneho typu, na rôznych úrovniach abstrakcie. Na najnižšej úrovni abstrakcie ide o prácu s modelmi využívajúcimi manipuláciu s predmetmi reprezentujúcimi jednotlivé rády  $n$ -ciferného čísla (jednotky, desiatky, stovky atď.). Postupne sú prezentované grafické modely, ktoré sú abstrahované do formy symbolických zápisov. V prípade všetkých modelov sú aplikované pravidlá pre zápis prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, ktorá je považovaná za pozičnú. Každá číslica v zápise čísla má danú pozíciu, vyjadrujúcu jej hodnotu (jednotky, desiatky, stovky atď.). Na primárnom stupni vzdelávania je podstatné spoznať princíp zápisu a čítanie viacciferných prirodzených čísel v desiatkovej číselnej sústave. Inou možnosťou pre modelovanie rozvinutého a skráteneého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave je práca s digitalizovaným materiálom využívajúcim technológiu rozšírenej reality. Na uvedený účel môžu byť vytvorené applety (napríklad pomocou softvéru GeoGebra v prepojení na prácu s aplikáciou GeoGebra 3D Graphing Calculator), kde pri modelovaní prirodzeného čísla sú použité objekty rôzneho druhu (kocky, guľôčky a pod.). Pre potreby modelovania daného konceptu je potrebné mať k dispozícii mobilné zariadenie podporujúce technológiu rozšírenej reality (ARCore).

## 3. Súbor appletov pre modelovanie zápisu prirodzeného čísla

Pre potreby začlenenia technológie AR do matematickej edukácie v skupinách študentov elementaristov, boli na Pedagogickej fakulte PU v Prešove (v rámci projektu KEGA) vytvorené súbory appletov. Predstavené sú vybrané ukážky autorských appletov pre problematiku zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave (Tab. 1).

Tabuľka 1. Ukážka appletov pre modelovanie rozvinutého zápisu prirodzeného čísla

|    | aplikácia                                                                                                                                                                                                                                        | ukážka modelu čísla                                                                   |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | <p><b>Prirodzené číslo z oboru 0 až 999</b><br/>vertikálna orientácia (stovky, desiatky, jednotky)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>skupiny s konkrétnym počtom jednotiek daného rádu sú znázornené vo vertikálnom smere</li> </ul>    |  |
| 2. | <p><b>Prirodzené číslo z oboru 0 až 999</b><br/>horizontálna orientácia (stovky, desiatky, jednotky)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>skupiny s konkrétnym počtom jednotiek daného rádu sú znázornené v horizontálnom smere</li> </ul> |  |

|    |                                                                                                                                                                                                      |                                                                                     |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. | <b>Prirodzené číslo z oboru 0 až 999</b><br>vizualizácia v rovine $xy$ <ul style="list-style-type: none"> <li>tzv. pruhový model, kde model čísla je znázornený v rovine <math>xy</math></li> </ul>  |  |
| 4. | <b>Prirodzené číslo z oboru 0 až 999</b><br>vizualizácia v rovine $xz$ <ul style="list-style-type: none"> <li>tzv. pruhový model, kde model čísla je znázornený v rovine <math>xz</math></li> </ul>  |  |
| 5. | <b>Prirodzené číslo z oboru 0 až 9999</b><br>vizualizácia v rovine $xy$ <ul style="list-style-type: none"> <li>tzv. pruhový model, kde model čísla je znázornený v rovine <math>xy</math></li> </ul> |  |

#### 4. Ciele, opis a výsledky realizovaného výskumu

Zámery prezentovaného realizovaného skúmania nadväzovali na parciálne projektové ciele orientované na:

- identifikáciu a výber tematických oblastí vhodných na inkorporáciu AR,
- postupné spracovanie námetov a podporných zdrojov (v súlade so zameraním projektu),
- realizovanie výučby so začlenením AR do vybraných matematických disciplín.

Možnosti začlenenia technológie AR do matematickej edukácie boli vymedzené v dvoch dimenziách. Na jednej strane boli špecifikované možnosti na primárnom stupni vzdelávania a na strane druhej išlo o výber oblastí v profesijnej príprave budúcich učiteľov elementaristov. V uvedenom kontexte bola realizovaná obsahová analýza matematického kurikula na základných školách (v slovenskom kontexte) a analýza obsahu vybraných matematických disciplín v študijných programoch pripravujúcich budúcich učiteľov na primárnom stupni vzdelávania (na Pedagogickej fakulte PU v Prešove).

Výstupom analytickej procedúry je portfólio tematických oblastí elementárnej matematiky, v rámci ktorých je možné zaradiť prácu s využitím didaktických digitálnych prostriedkov prostredníctvom technológie rozšírenej reality. Na základe realizovanej obsahovej analýzy bola pre ďalšie skúmanie špecifikovaná téma: zápis prirodzených čísel v desiatkovej číselnej sústave (skrátenej a rozvinutej). Pre danú problematiku bol vytvorený súbor digitalizovaných učebných materiálov na prácu s podporou technológie AR, ktoré boli začlenené do výučby predmetu aritmetika a algebra s metodikou (v akademickom roku 2021/2022, v prvom ročníku Mgr. stupňa štúdiá, v študijnom programe učiteľstvo a pedagogické vedy).

Cieľom výskumu bolo

- implementovať činnosti s využitím technológie AR do pregraduálnej matematickej prípravy budúcich učiteľov elementaristov,
- identifikovať modely zápisu prirodzeného čísla osvojené a využívané v skupine študentov elementaristov (pred a po zavedení aktivít s podporou technológie AR).

Výskum bol integrálnou súčasťou projektovej etapy, kedy prebiehala výučba vybraných disciplín (na PF PU Prešove) s inkorporáciou technológie AR. V rámci výučby predmetu aritmetika a algebra s metodikou, na seminári (4. týždeň semestra), boli analyzované a diskutované rôzne spôsoby prezentovania a modelovania skráteného a rozvinutého zápisu čísel (manipulácia, obrázkový mód, auditívny model, symbolická reprezentácia; možnosti sprístupnenia konceptu, tvorba modelov v rôznych módoch, predstavenie možností pre zaradenie AR do vyučovania v primárnej škole). V šiestom týždni semestra boli do výučby na seminári zaradené aktivity spojené s možnosťami využitia technológie AR v matematickej edukácii (autorská aplikácia). Priestor bol venovaný prezentovaniu práce s aplikáciou GeoGebra 3D Graphing Calculator. Vybraná bola problematika modelovania viacciferných čísel, konkrétne rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Do výučby boli implementované aktivity prezentujúce rôzne modely daného pojmu. Predstavených bolo niekoľko možností využitia rôznych módov reprezentácie predmetného konceptu, ktoré sú aplikované na primárnom stupni vzdelávania.

V rámci projektových cieľov, paralelne s obsahovou analýzou matematických disciplín, boli postupne spracovávané námety a podporné zdroje na prácu s využitím technológie AR. Súbor appletov (popísaný v časti 3) bol vytvorený aj pre problematiku modelovania rozvinutého zápisu čísla v desiatkovej číselnej sústave. Ten bol zadaný v skupine študentov za účelom pilotného overenia možností práce s jednotlivými appletmi a analýzy výhod resp. nevýhod ich využitia v praxi. Na základe realizovanej analýzy, si študenti zvolili jeden z piatich dostupných appletov, jeho výber zdôvodnili a vytvorili návrh úlohy (skupinu úloh) s využitím appletu pre žiakov vybraného ročníka. Návrh mal obsahovať aj súbor konkrétnych zadaní, formulácií pokynov, úloh pre žiakov.

Študentom bol zadaný súbor úloh (T1 na vstupe a T2 na výstupe, t. j. pred a po práci s nástrojmi využívajúcimi technológiu AR) so zámerom zistenia úrovne poznania danej problematiky. Výstupy študentov (v počte 110) boli predmetom kvantitatívno–kvalitatívnej analýzy, zameranej na (1) určenie počtu rôznych využitých modelov a možností zápisu prirodzených čísel a (2) identifikáciu použitých a prezentovaných typov modelov zápisu prirodzeného čísla.

#### 4.1. Opis a charakteristika zadaných úloh

Úloha zadaná na vstupe bola zameraná na zistenie úrovne poznania a schopnosti aplikovať rôzne spôsoby vyjadrenia a zápisu prirodzených čísel. Predpokladalo sa, že študenti použijú nielen skrátený zápis čísel, ale aj rôzne typy modelov rozvinutého zápisu (v nadväznosti na realizované aktivity v rámci výučby). Pripravené boli tri analogické varianty úlohy. V každej z nich boli zadané tri čísla slovným vyjadrením (dvojciferné číslo, trojciferné a štvorciferné). Troj a štvorciferné čísla boli zvolené tak, aby sa v ich skrátenom zápise vyskytovala číslica nula (Tab. 2).

Na konci semestra bol opätovne priestor venovaný zisťovaniu porozumenia, vnímania a schopnosti tvoriť rôzne modely zápisov čísel, porovnaniu jednotlivých modelov, identifikácii výhod a nevýhod jednotlivých modelov. Študentom bol zadaný súbor úloh s analogickými položkami, ako na začiatku semestra. Oproti situácii pri zadaní úloh T1 už mali študenti skúsenosť s úlohami a činnosťami v danej problematike aj s prácou s appletmi využívajúcimi technológiu AR. Na základe uvedeného sa očakávalo, že sa medzi prezentovanými modelmi rozvinutého zápisu prirodzených čísel vyskytnú aj modely odkazujúce na využitie technológie AR. V úlohe na výstupe bolo v zadaní uvedené len jedno trojciferné číslo (pripravené boli tri analogické verzie, pričom v zápise čísla sa vyskytuje číslica nula, Tab. 2).

Tabuľka 2. Ukážka úloh zadaných študentom

| verzia | T1 - súbor úloh na vstupe                                                                                                                            | T2 - súbor úloh na výstupe                                                                |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| A      | Zapíšte všetky dané čísla viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>dvadsaťtri</i><br><i>tristopäť</i><br><i>tisícšesťstodvadsať</i>    | Zapíšte dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>tristopäť</i>   |
| B      | Zapíšte všetky dané čísla viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>tridsaťdva</i><br><i>päťstotri</i><br><i>tisícdivestošesťdesiat</i> | Zapíšte dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>päťstotri</i>   |
| C      | Zapíšte všetky dané čísla viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>dvadsaťšesť</i><br><i>dvestosedem</i><br><i>tisícristoštyridsať</i> | Zapíšte dané číslo viacerými rôznymi spôsobmi a stručne vysvetlite:<br><i>dvestosedem</i> |

#### 4.2. Výsledky analýzy študentských výstupov

Predmetom analýzy boli výstupy študentov, ktoré boli produkované pred a po zavedení a realizovaní práce s podporou technológie rozšírenej reality. Študenti prezentovali v súbore T1 niekoľko modelov zápisu daných prirodzených čísel, nasledovala práca s využitím technológie rozšírenej reality a po tejto činnosti bolo ich úlohou znova prezentovať rôzne možnosti modelovania rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave (súbor úloh T2). Zámerom skúmania bolo sledovať, ako realizované činnosti a práca s materiálom s podporou technológie rozšírenej reality zmení porozumenie predmetnej problematiky z pohľadu percepcie prínosu nového prístupu k tvorbe modelov daného konceptu. Všetky výstupy študentov (v počte 110) získaných z riešení súborov úloh T1 a T2 boli predmetom kvalitatívnej analýzy orientovanej na identifikáciu využitých a prezentovaných modelov zápisu prirodzených čísel v desiatkovej číselnej sústave. V zadaní úloh bola formulovaná požiadavka na produkovanie viacerých rôznych spôsobov reprezentácie daného čísla. V tabuľke 3 sú spracované kvantitatívne ukazovatele týkajúce sa počtu modelov vyskytujúcich sa vo výstupoch študentov.

Tabuľka 3. Počet prezentovaných modelov zápisu čísla (na vstupe T1 a na výstupe T2)

| početnosť vytvorených modelov | počet študentov s danou početnosťou (T1) | počet študentov s danou početnosťou (T2) | zmena/rozdiel v počte študentov (T2-T1) |
|-------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 0                             | 8                                        | 13                                       | 5                                       |
| 1                             | 1                                        | 2                                        | 1                                       |
| 2                             | 28                                       | 5                                        | -23                                     |
| 3                             | 26                                       | 16                                       | -10                                     |
| 4                             | 31                                       | 30                                       | 1                                       |
| 5                             | 11                                       | 34                                       | 13                                      |
| 6                             | 5                                        | 10                                       | 5                                       |
|                               | 110                                      | 110                                      |                                         |

V tabuľke 3 sú prezentované kvantitatívne údaje získané z analýzy počtu produkovaných modelov daného konceptu v skupine študentov, konkrétne v dvoch rôznych časových obdobiach (označených ako T1 a T2). Stĺpec *početnosť vytvorených modelov* reprezentuje rôzne počty modelov vyskytujúcich sa vo výstupoch každého študenta. V prípade hodnoty 0 ide o situáciu, kedy študenti úlohy neriešili z dôvodu neprítomnosti. V častiach *počet študentov s danou početnosťou (T1, T2)* sú prezentované údaje vyjadrujúce počet študentov, ktorí vytvorili konkrétny počet modelov (v oboch časových obdobiach a testovaniach T1 a T2). Zaznamenané sú zmeny v počte produkovaných modelov v čase, vo forme rozdielu počtu modelov v T2 a T1.

Na vstupe (súbor úloh T1) takmer tretina študentov (31) vo svojich výstupoch prezentovala štyri typy modelov zápisu čísla, väčšina mala uvedené dva až tri modely. Šesť rôznych spôsobov reprezentácie zápisu prirodzeného čísla bolo uvedených v piatich prípadoch. Na výstupe (súbor úloh T2) sa pomer zmenil; vo viac ako tretine prípadov bolo evidovaných až po päť modelov, v 30-tich výstupoch boli zaznamenané po štyri typy modelov. Narástol aj počet študentov so šiestimi modelmi (z 5 na 10). Oproti výsledkom na vstupe väčšina študentov uvádzala štyri až päť modelov.

Na základe údajov je zrejmé, že v monitorovaných obdobiach došlo k zmene v početnosti produkovaných modelov daného konceptu. Napríklad, pre početnosť s dvoma modelmi sa počet študentov výrazne znížil (z 28 na 5), v porovnaní so vstupom, čo indikuje, že na výstupe bolo viac študentov schopných vytvoriť viac ako dva modely. Dôkazom toho je údaj vyjadrujúci zmenu v početnosti 5 – počet študentov sa zvýšil z 11 na 34. Zaznamenané zmeny môžu naznačovať trendy, v procese tvorby modelov predmetného konceptu rôzneho typu, v čase. Evidované rozdiely sú dôsledkom viacerých faktorov, ktoré môžu byť platformou pre ďalšie výskumy v danej problematike. Jedným z nich je nadobudnutie vhl'adu do predmetnej problematiky z pohľadu poznania viacerých možností pre reprezentáciu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, ako aj získania skúseností s úlohami z elementárnej matematiky. Pozitívna zmena v zmysle schopnosti produkovať viac modelov, je pravdepodobne dôsledkom aplikovaných metód vo výučbe, kedy bol priestor venovaný aktivite študentov, zaradené boli interaktívne prostriedky, pričom boli rozvíjané argumentačné a analytické schopnosti. V neposlednom rade je to aj dôsledok individuálnych schopností študentov, ako aj ich záujmu o danú problematiku.

Nasledujúca etapa analytického procesu bola zameraná na identifikáciu použitých a prezentovaných typov modelov zápisu prirodzeného čísla. V analyzovaných študentských produktoch bolo identifikovaných na vstupe (T1) sedem modelov zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave, na výstupe (T2) osem modelov (Tab. 4). Tie boli pre potreby ďalšej analýzy kódované:

MODEL1      skrátенý zápis  
MODEL2a     rozvinutý zápis\_súčet  
MODEL2b     rozvinutý zápis\_súčet násobkov  
MODEL2c     rozvinutý zápis\_mocniny  
MODEL3      graficky  
MODEL4      zvuk, pohyb  
MODEL\_římske čísla  
AR\_MODEL

Sú to modely čísel, ktoré sa vyskytujú v učive matematiky na primárnom stupni vzdelávania. V niektorých analyzovaných prípadoch boli identifikované aj zápisy využívajúce súčet násobkov čísel 10, 100 resp. vyjadrenie pomocou mocnín čísla 10.

Vyskytli sa aj modely na princípe ikonickej reprezentácie (graficky) resp. typ vyjadrenia, kde sa využívajú napríklad rozličné zvuky na odlišenie jednotlivých rádov (auditívny model). Napríklad číslo *tristopäť* je vyjadrené pomocou identifikovaných modelov nasledujúcimi spôsobmi:

|                     |                                                                                  |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| MODEL1              | 305                                                                              |
| MODEL2a             | $300 + 5$                                                                        |
| MODEL2b             | $3 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 5 \cdot 1$ resp. $3 \cdot 100 + 5 \cdot 1$           |
| MODEL2c             | $3 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$ resp. $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0$ |
| MODEL3              | OOO                                                                              |
| MODEL4              | trikrát lúsknutie, päťkrát dupnutie (Prídavková et al., 2021)                    |
| MODEL_ rímske čísla | CCCV                                                                             |

Tabuľka 4. Početnosť výskytu jednotlivých modelov zápisu prirodzeného čísla

| typ modelu                             | počet študentov (T1) | počet študentov (T2) | zmena/rozdiel v počte študentov (T2-T1) |
|----------------------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------------------|
| MODEL1-skrátený zápis                  | 99                   | 96                   | -3                                      |
| MODEL2a-rozvinutý zápis_súčet          | 65                   | 73                   | 8                                       |
| MODEL2b-rozvinutý zápis_súčet násobkov | 38                   | 59                   | 21                                      |
| MODEL2c-rozvinutý zápis_mocniny        | 30                   | 36                   | 6                                       |
| MODEL3-graficky                        | 61                   | 79                   | 18                                      |
| MODEL4-zvuk, pohyb                     | 1                    | 5                    | 4                                       |
| MODEL_ rímske čísla                    | 50                   | 58                   | 8                                       |
| AR_MODEL                               | ---                  | 4                    | 4                                       |

V tabuľke 4 sú prezentované kvantitatívne údaje analýzy produktov študentov z pohľadu typu modelu rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. V stĺpci *typ modelu* sú uvedené kódy všetkých identifikovaných modelov. Hodnoty v častiach *počet študentov (T1, T2)* predstavujú počty študentov, vo výstupoch ktorých sa vyskytol konkrétny typ modelu. Spracované sú aj rozdiely v čase (*zmena/rozdiel v počte študentov T2-T1*). Uvedená je početnosť výskytu každého identifikovaného modelu. Skrátený zápis sa vyskytol takmer vo všetkých analyzovaných výstupoch. Pri rozvinutom zápise bol, v prípade úloh v T1, najčastejšie aplikovaný zápis pomocou súčtu jednotiek, desiatok, stoviek (65-krát), nasledovala grafická reprezentácia (61 prípadov). Oproti tomu, v úlohách T2, bol najviac zastúpený rozvinutý zápis využívajúci grafický model (79) a následne zápis vo forme súčtu jednotiek, desiatok, stoviek (73). V pomerne vysokom počte boli prezentované aj zápisy pomocou rímskych čísel a to aj napriek skutočnosti, že v úlohách išlo o zápis čísel v desiatkovej číselnej sústave. V jednom prípade v T1 a v piatich v T2 bol spomenutý aj model využívajúci zvukovú reprezentáciu pre číslice jednotlivých rádov.

Miernu zmenu v počte (z 99 v T1 na 96 v T2) bola zaznamenaná v prípade modelu vo forme skráteného zápisu čísla. Je to dôsledok faktu, že ide o najčastejšie sa vyskytujúci model analyzovaného konceptu na primárnom stupni vzdelávania. V prípade modelov 2a, 2b a 2c bol zaznamenaný nárast v počte výskytov v T2 v porovnaní v T1. Výrazná zmena bola evidovaná v prípade modelu 2b (až o 21 prípadov, z 38 na 59), kde ide o reprezentáciu rozvinutého zápisu čísla vo formáte súčtu násobkov čísel 1, 10 a 100. Nárast v počte výskytu daného modelu naznačuje zvýšenú úroveň osvojenia si daného konceptu v skúmanom súbore.



Pomerne vysoká miera zmeny, v pozitívnom zmysle, bola zaznamenaná aj v početnosti modelu 3, ktorý predstavuje grafický mód zápisu čísla. Mierny nárast v počte je evidovaný pri type modelu 4, kde je číslo reprezentované v auditívnom formáte. S týmito typmi reprezentácie analyzovaného konceptu mali možnosť študenti pracovať počas seminárov v predmete aritmetika a algebra s metodikou.

Reflektované zmeny v počte výskytu jednotlivých identifikovaných modelov sú pravdepodobne dôsledkom osvojenia si predmetných modelov daného konceptu v edukačnom procese. Priestor bol venovaný nielen prezentovaniu jednotlivých modelov, ale aj ich komparácii a analýzy možností aplikácie v primárnej matematickej edukácii, čo viedlo k ich hlbšiemu porozumeniu zo strany študentov.

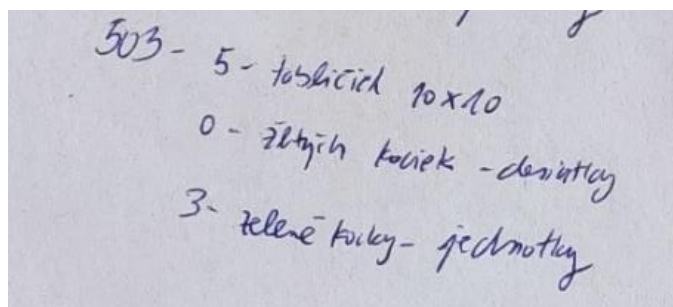
Na základe výsledkov realizovanej analýzy produktov študentov je možné konštatovať pomerne nízku mieru schopnosti hľadať a tvoriť prieniky a súvislosti medzi aktivitami realizovanými počas semestra. Jednotlivé témy sú pre nich, vo väčšine prípadov izolované, vnímané lineárne, o čom svedčí aj skutočnosť, že v analyzovaných písomných riešeniach sa vyskytli aj modely rímskych čísel (problematika číselných sústav).

Očakávalo sa, že skúsenosti s realizáciou praktických činností s edukačnými materiálmi s podporou technológie rozšírenej reality budú mať vplyv na uchopenie konkrétneho konceptu z elementárnej matematiky a v produktoch sa vyskytnú aj modely využívajúce dostupné applety. Výsledky analýzy ukazujú, že študenti nedokázali dostatočne implementovať skúsenosti zo samostatnej práce s appletmi, kedy mali vytvorenú príležitosť na ich analýzu, tvorbu vlastných návrhov na prácu s AR v tematickej oblasti zameranej na rôzne modely zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Dôvodom je pravdepodobne fakt, že vo väčšej miere bola reflektovaná a percipovaná forma a nie samotný obsah realizovaných činností. Pri analýze funkčnosti jednotlivých appletov sa matematický obsah dostal do úzadia a takmer nikto zo skupiny študentov si neuvedomil, že ide o ďalšiu možnosť pre modelovanie zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Dôkazom toho je výsledok, že len v štyroch prípadoch sa vyskytli typy modelov považované za analogické tým, ktoré boli prezentované v appletoch pre prácu s technológiou AR, resp. ich tvorba bola prácou s AR inšpirovaná.

### 4.3 Ukážky modelov typu AR\_MODEL

Ako bolo v prezentovaných výsledkoch realizovanej analýzy uvedené, len v štyroch prípadoch boli identifikované modely zápisov čísel, ktoré sčasti korešpondujú s typmi reprezentácie čísla využitých v appletoch s podporou technológie rozšírenej reality. Predstavené budú konkrétne výstupy.

Ukážka 1: v zadaní išlo o vytvorenie zápisu trojciferného čísla päťstoti.



Obrázok 1. Model AR1

Na obrázku 1 je uvedené:

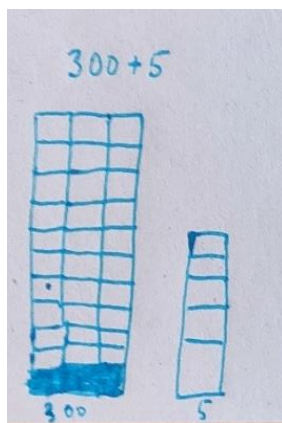
503 – 5 – tabličiek  $10 \times 10$

0 – žltých kociek – desiatky

3 – zelené kocky – jednotky

Predstavený typ modelu možno považovať za model využívajúci elementy v jednom z appletov. Jednotky, desiatky a stovky sú modelované pomocou kociek (v tomto prípade rôznej farby), kde stovky sú prezentované ako „tablička“ (s rozmermi  $10 \times 10$  kociek, tzv. jednotkových). Autorka prezentovala model na úrovni popisu, ktorý nie je doplnený o grafickú, či obrázkovú reprezentáciu. Pri zaznamenávaní modelu čísla postupovala od stoviek, cez desiatky ku jednotkám, s využitím identického elementu, kocky pre jednotky aj pre desiatky. V kontexte princípu desiatkovej číselnej sústavy by mali byť desiatky reprezentované ako objekt obsahujúci desať jednotiek (útvár zložený z desiatich kociek/jednotiek). Študentka diferencovala jednotky nultého a prvého rádu použitím kociek rôznej farby.

Ukážka 2: úlohou bolo vytvoriť rôzne zápisy trojciferného čísla tristopäť (obrázok 2).

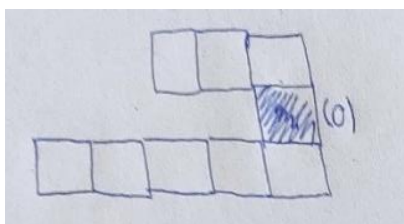


Obrázok 2. Model AR2

Číslo 305 je graficky znázornené a vytvorené z dvoch častí: (1) päť jednotiek – znázornené ako skupina piatich štvorcov (resp. kociek) uložených nad sebou vo zvislom smere a (2) tri stovky – skupina tridsiatich štvorcov v tvare troch desaťposchodových veží (považované za tri stovky). Nie sú diferencované elementy, symboly, ktoré sú použité na znázornenie jednotiek a stoviek, ale sú aplikované identické symboly, konkrétne štvorce. V prípade stoviek je jeden štvorec využitý na vyjadrenie jednej desiatky (na obrázku je ich trikrát po desať, t. j. spolu 30 desiatok).

Absentuje vysvetlenie dôvodu použitia symbolu daného typu. Ide o ukážku nekorektne uchopeného konceptu, princípu znázornenia, modelovania a vizualizácie rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave.

Ukážka 3: na obrázku 3 je prezentovaný model čísla 503, ktorého tvorba bola pravdepodobne ovplyvnená skúsenosťou s modelovaním čísel použitím appletov vytvorených na prácu s AR.



Obrázok 3. Model AR3

Číslo 503 je vymodelované pomocou štvorcov umiestnených v troch riadkoch, od stoviek smerom k jednotkám, v smere zdola nahor. Zaujímavá je konfigurácia štvorcov v jednotlivých riadkoch, kde ide o znázornenie sprava doľava. V prvom riadku sú znázornené stovky, ako päť štvorcov umiestnených vodorovne vedľa seba, v smere sprava doľava. Druhý riadok predstavuje rád desiatok, kde nie sú znázornené žiadne štvorce, resp. sú označené ako vyšrafovaný, či vyčiarknutý štvorec. Tretí riadok zdola je vytvorený z troch štvorcov analogicky vo vodorovnej orientácii, v smere sprava doľava. V prezentovanom znázornení trojciferného čísla sú použité identické elementy pre reprezentáciu jednotiek, desiatok aj stoviek, nie sú žiadnym spôsobom diferencované. Autorka neuvádza žiadne bližšie vysvetlenie, ktoré by mohlo viesť k detailnejšiemu porozumeniu procesu tvorby daného modelu.

## 5. Diskusia

Edukácia realizovaná s podporou mobilných zariadení je prostriedkom, ktorý môže obohatiť proces vzdelávania študentov a zlepšiť prípravu budúcich učiteľov (Gómez-García et al., 2021). Ak uvažujeme konkrétne o technológii rozšírenej reality, tak tá umožňuje vyučovanie na základe skúseností. Štúdie zamerané na možnosti využitia technológie rozšírenej reality v edukácii potvrdzujú nárast miery atraktivity vyučovania a učenia sa, ako aj zvýšenie motivácie žiakov, či študentov – budúcich učiteľov (Afnan et al., 2021; Boras, 2022; Demitriadou et al. 2020; Koparan et al., 2023; Koreňová et al., 2023; Nevřelová & Koreňová, 2022). Študenti, budúci učelia na primárnom stupni vzdelávania si uvedomujú potenciál technológie AR, z pohľadu efektívnej edukácie aj v aktivitách realizovaných v čase mimo vyučovania (Koreňová et al., 2023).

Na druhej strane, výskumy zamerané na zistenie percipovanej miery užitočnosti použitia technológie rozšírenej reality v edukácii potvrdzujú len mierny nárast motivácie študentov (Gómez-García et al., 2021), čo ukazujú aj nami získané výsledky. Limity v predmetnej oblasti súvisia aj s technickou stránkou výskumov. Vývoj aplikácií na použitie s podporou technológie AR je možné realizovať len pri splnení istých podmienok, ktoré sú ovplyvnené aj vzdelávacím obsahom, napríklad obsahom elementárnej matematiky (Tzima et al., 2019). V uvedenom kontexte je dôležitý výber obsahových oblastí z matematiky, v ktorých bude technológia AR zmysluplne aplikovaná.

Sáez-López et al. (2020) posudzovali postoje budúcich učiteľov k zaradeniu technológie rozšírenej reality do univerzitného vzdelávania. Zdôraznené je, že študenti nevyužívajú tento zdroj pravidelne a edukácia s podporou technológie AR je z ich strany niekedy vnímaná ako prostriedok rozptýlenia ich pozornosti a dokonca aj ako plytvanie časom. Na druhej strane z analýzy výsledkov výskumu vyplýva, že ak sú pripravené kvalitné prostriedky, výučba je naplánovaná a učelia sú na túto formu pripravení, tak práca s AR technológiou prináša výhody. Tie sú orientované na zvýšenie záujmu zo strany študentov o prácu s technológiou, rastie miera ich tvorivosti a motivácie. Výskum akcentuje potrebu vzdelávania budúcich učiteľov v oblasti aplikácie postupov s podporou technológie rozšírenej reality.

Podobne aj Osuna et al. (2019) prezentujú benefity zaradenia AR do výučby, kedy študenti prejavujú vysokú mieru spokojnosti a pozitívny postoj k jej využívaniu. Avšak výsledky štúdie indikujú aj niekoľko prekážok spojených s implementáciou AR do univerzitného vzdelávania. Sú medzi nimi uvedené nedostatky v oblasti odborného rastu, obmedzenia v miere skúseností, ako aj nedostatok inštitucionálnej podpory. Aj tu je deklarovaný nedostatočný počet výskumov realizovaných v predmetnej oblasti.

Mena et al. (2023) konštatujú nízku mieru využívania technológie rozšírenej reality študentmi – budúcimi učiteľmi predprimárneho a primárneho vzdelávania. Uvádzajú obmedzené využívanie technológie, ako dôsledok nedostatku štúdií v danej oblasti, z ktorých je väčšina orientovaných predovšetkým na výhody využívania AR vo vzdelávaní učiteľov. Poukazujú na potrebu skúmania využitia AR vo vzdelávaní budúcich učiteľov.

Výsledky výskumu (Boras, 2022) orientovaného na možnosti využitia AR technológie vo vyučovaní z pohľadu učiteľov, študentov a rodičov, poukazujú na jej širší význam v medzinárodnom vzdelávacom prostredí, kde implementácia AR predstavuje jeden z transformačných krokov k tvorbe zaujímavých a efektívnych edukačných prostredí.

Výskumné zistenia naznačujú, že pre efektívne zaradenie aplikácií s podporou AR do edukačného prostredia je nevyhnutné venovať pozornosť nielen technologickým aspektom, ale aj podpore v oblasti vzdelávania budúcich učiteľov. Podpora by mala byť orientovaná na tvorbu vzdelávacích projektov pre prípravu učiteľov, aby boli schopní efektívne integrovať AR technológie do vyučovania.

Prezentované čiastkové výsledky skúmania zameraného na jednu z možností začlenenia prostriedkov využívajúcich technológiu rozšírenej reality do matematickej edukácie korešponujú s uvedenými zisteniami. Obsahovo bol predmetný výskum zameraný na konkrétnu oblasť elementárnej matematiky, na modelovanie rozvinutého zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Limity realizovanej analýzy súvisia s rozsahom výskumného súboru, ako aj s počtom hodín venovaných práci s nástrojmi využívajúcimi technológiu AR. Na základe analyzovaných výstupov, nie je možné formulovať relevantné závery na širšiu populáciu budúcich učiteľov. Ďalšie obmedzenia sa týkajú technického vybavenia inštitúcie, kde bol výskum realizovaný, ako aj výberu len jednej oblasti obsahu matematickej edukácie. Ďalší výskum by mohol byť orientovaný na analýzu percepcie efektivity práce s nástrojmi využívajúcimi technológiu rozšírenej reality v matematickej edukácii, v populácii budúcich učiteľov na primárnom stupni vzdelávania v národnom kontexte.

## 6. Záver

Súčasťou projektových cieľov (KEGA) bola analýza obsahu predmetov zaradených do pregraduálnej matematickej prípravy budúcich učiteľov elementaristov. V rámci nich boli identifikované tematické oblasti, v ktorých boli do výučby zaradené aktivity využívajúce technológiu AR. Jednou z vybraných tematických oblastí bola problematika zápisu prirodzeného čísla v desiatkovej číselnej sústave. Z pohľadu existencie rôznych typov modelov, na rôznej úrovni abstrakcie, boli pre túto tematiku vytvorené applety na aplikáciu technológie rozšírenej reality. Tie boli postupne zaradené do výučby na PF PU v Prešove so zámerom rozvíjať nielen matematickú, ale aj digitálnu gramotnosť študentov. Študenti vnímajú v nízkej miere potenciál technológie AR z pohľadu možností uplatnenia pri tvorbe modelov matematických konceptov. Uvedená skutočnosť korešponduje s výsledkami výskumov, v ktorých experimentovanie s AR mierne podporilo zvýšenie motivácie študentov, budúcich učiteľov primárneho vzdelávania, ako aj ich záujmu o prácu s novou dostupnou technológiou (Hnatová, 2022; Gómez-García et al., 2021). Výskum autorov Gómez-García et al. (2021), orientovaný na možnosti aplikácie technológie AR do prípravy budúcich učiteľov na základných školách, analyzoval percipovanú užitočnosť tohto prístupu k edukácii. Výsledky deklarujú miernu zmenu v úrovni motivácie študentov.

Na základe vyššie uvedeného sa ukazuje, že je potrebné implementovať didaktické prostriedky využívajúce technológiu AR do prípravy budúcich učiteľov elementaristov, so zámerom tvoriť viac príležitostí na poznanie prínosu a predností AR, čo vedie k efektívnemu využívaniu tejto technológie v pedagogickej praxi. To, akým spôsobom a s akým dopadom bude technológia rozšírenej reality zaradená do vyučovania, do značnej miery závisí od prístupu učiteľov a úrovne ich poznania možností práce s AR. Preto považujeme za dôležité, aby tieto skúsenosti získavali už počas svojho štúdia na vysokej škole.

## Acknowledgements

Príspevok je výstupom grantového projektu KEGA 036PU-4/2021 *Technológia rozšírenej reality v profesijnej matematickej príprave budúcich učiteľov elementaristov*.

## Literatúra

- Afnan, Muhammad, K., Khan, N., Lee, M.-Y., Imran, A. S., & Sajjad, M. (2021). School of the Future: A Comprehensive Study on the Effectiveness of Augmented Reality as a Tool for Primary School Children's Education. *Applied Sciences*, 11(11), Article 11. <https://doi.org/10.3390/app11115277>
- ARCore. *ARCore supported devices*. <https://developers.google.com/ar/devices>
- Boras, M. (2022). Augmented Reality in the Classroom. *INTED2022 Proceedings*, 1411–1416. <https://doi.org/10.21125/inted.2022.0421>
- Castaño-Calle, R., Jiménez-Vivas, A., Poy Castro, R., Calvo Álvarez, M. I., & Jenaro, C. (2022). Perceived Benefits of Future Teachers on the Usefulness of Virtual and Augmented Reality in the Teaching-Learning Process. *Education Sciences*, 12(12), Article 12. <https://doi.org/10.3390/educsci12120855>
- Demitriadou, E., Stavroulia, K.-E., & Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in primary education. *Education and Information Technologies*, 25(1), 381–401. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09973-5>
- Gómez-García, G., Hinojo-Lucena, F.J., Alonso-García, S., & Romero-Rodríguez, J. M. (2021). Mobile Learning in Pre-Service Teacher Education: Perceived Usefulness of AR Technology in Primary Education. *Education Sciences*, 11(6), Article 6. <https://doi.org/10.3390/educsci11060275>
- Hnatová, J., & Hnat, A. (2021). Matematický príbeh o mayskom kľúči s využitím AR. In *Jak učiť matematice žáky ve věku 10–16 let* (s. 1–10). Ústí nad Labem: UJEP.
- Hnatová, J. (2022). Komparácia miskonceptov riešenia aplikačnej úlohy z geometrie študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie bez a s použitím technológie rozšírenej reality. In *Edukacja i społeczeństwo* (s. 133–143). Opole: Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Opolu.
- Hnatová, J. (2023). *Technológia rozšírenej reality v matematickej edukácii: SWOT analýza*. Prešov: Vydavateľstvo PU.
- Koparan, T., Dinar, H., Koparan, E. T., & Haldan, Z. S. (2023). Integrating augmented reality into mathematics teaching and learning and examining its effectiveness. *Thinking Skills and Creativity*, 47, 101245. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2023.101245>
- Koreňová, L., Severini, E., & Cavojsky, I. (2023). The Use of Augmented Reality in the After School Club From the Point of View of Future Educators. *INTED2023 Proceedings*, 5254–5263. <https://doi.org/10.21125/inted.2023.1360>
- Mena, J., Estrada-Molina, O., & Pérez-Calvo, E. (2023). Teachers' Professional Training through Augmented Reality: A Literature Review. *Education Sciences*, 13(5), Article 5. <https://doi.org/10.3390/educsci13050517>

- Mokriš, M. (2022). Analýza inkorporácie technológie rozšírenej reality do školskej matematiky – úroveň ISCEDI. In *Annales Paedagogicae Nova Sandes – Presoves*. (s. 136–141). Nowy Sacz: Akademia Nauk Stosowanych w Nowym Saczu
- Nevřelová, N., & Koreňová, L. (2022). Usage of Augmented Reality App to Develop the Mathematical Competences of Children in Primary Education. *ICERI2022 Proceedings*, pp. 7553–7560. <https://doi.org/10.21125/iceri.2022.1924>
- Osuna, J. B., Gutiérrez-Castillo, J. J., Llorente-Cejudo, M. del C., & Ortiz, R. V. (2019). Difficulties in the Incorporation of Augmented Reality in University Education: Visions from the Experts. *Journal of New Approaches in Educational Research*, 8(2), Article 2. <https://doi.org/10.7821/naer.2019.7.409>
- Prídavková, A., Šimčíková, E., Hnatová, J. & Tomková, B. (2021). *Matematika a hudobná výchova – interakčné stimulanty v primárnej edukácii*. Prešov. Pedagogická fakulta PU v Prešove.
- Prídavková, A. (2022). Technológia rozšírenej reality a rozvoj matematických schopností. *Elementary Mathematics Education Journal*. 4(1), 53–63.
- Prídavková, A. (2023). Modelling of elementary mathematical concepts using augmented reality technology in primary education. *EDULEARN23 Proceedings*, pp. 7249-7254. <https://doi.org/10.21125/edulearn.2023.1893>
- Radu, I. (2014). Augmented Reality in education: a meta-review and cross-media analysis, *Pers Ubiquit Comput*, 18, 1533-1543.
- Sáez-López, J.-M., Cózar, R., González-Calero, J. A., & Gomez Carrasco, C. (2020). Augmented Reality in Higher Education: An Evaluation Program in Initial Teacher Training. *Education Sciences*, 10(2):26. <https://doi.org/10.3390/educsci10020026>
- Tiede, J., Förster, K., Grafe, S. & Mangina, E. (2023). Augmented reality in primary education: teachers' perspectives on potential and barriers. *INTED2023 Proceedings*, pp. 1283-1292. <https://doi.org/10.21125/inted.2023.0369>
- Tzima, S., Styliaras, G., & Bassounas, A. (2019). Augmented Reality Applications in Education: Teachers Point of View. *Education Sciences*, 9(2), Article 2. <https://doi.org/10.3390/educsci9020099>