

PROBLÉMY ŽÁKA S DYSLEXIÍ PŘI NÁSOBENÍ A KOMPENZAČNÍ POSTUPY PRO JEJICH REDUKCI

Jitka PANÁČOVÁ¹

¹Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta (Česká republika)
panacova@ped.muni.cz

Abstrakt

Předložená kazuistika pojednává o problémech žáka 5. ročníku při osvojování si operace násobení. Jejím cílem je upozornit na vyskytující se potíže některých žáků se specifickými poruchami učení v matematice, a poukázat na to, jak může být pro ně náročné zvládnout operaci násobení přirozených čísel v oboru malé násobilky. Záměrem této kazuistiky bylo rovněž najít a popsat vhodné strategie, které by žáka více posunuly v jeho výkonu a kompenzovaly stávající potíže při násobení. Jedná se o problematiku z oblasti didaktiky matematiky a uvádíme ji zde do souvislosti se specifickými poruchami učení. Vybraná případová studie ilustrující tuto problematiku by se mohla stát inspirativní a užitečnou pro učitele matematiky, učitele 1. stupně ZŠ, konzultanty v oblasti vzdělávání, ale i pro studenty – budoucí učitele matematiky či rodiče dětí s popsány potížemi.

Klíčová slova: specifické poruchy učení, násobení přirozených čísel, násobilka, kazuistika

PROBLEMS OF STUDENTS WITH DYSLEXIA IN MULTIPLICATION AND COMPENSATORY PROCEDURES FOR THEIR REDUCTION

Abstract

This case study discusses the problems of a 5th grade student in mastering the operation of multiplication. Its aim is to draw attention to the difficulties encountered by some pupils with specific learning disabilities, and to point out how it can be challenging for them to master the operation of multiplying natural numbers in the area of a small multiplication table. The intention of this case study was also to find and describe suitable strategies that would further advance the pupil in his performance and compensate for the existing difficulties in multiplication. This is an issue from the field of mathematics didactics, and we present it here in connection with specific learning disorders. A selected case study illustrating this issue could become inspiring and useful for mathematics teachers, primary school teachers, consultants in the field of education, but also for students - future mathematics teachers or parents of children with the described difficulties.

Keywords: specific learning disabilities, multiplication of natural numbers, multiplication table, case study.

1. Úvod

Specifické poruchy učení, jejich projevy v matematice a doporučené kompenzační postupy vedoucí k nápravě jsou předmětem zájmu řady monografií a odborných článků mnoha pedagogických výzkumníků.

V České republice sledujeme tyto specifické poruchy učení, které se vzájemně prolínají, ovlivňují a mají často negativní dopad na výkony žáka v matematice: dyslexie, dygrafie, dysortografie, dyskalkulie, dysmúzie, dyspinxie a dyspraxie. Ve své pedagogické praxi jsem měla možnost se setkat se skupinou žáků, u kterých byla diagnostikována dyslexie a dysortografie. Všimla jsem si, že pro některé žáky s těmito poruchami učení byla v matematice hlavním problémem operace násobení přirozených čísel včetně osvojení si pamětných spojů malé násobilky. Vybraná případová studie v tomto článku upozorňuje na náročnost zvládnutí této operace u žáka s uvedenými poruchami a popisuje provedené kompenzační postupy zaměřené na zmírnění těchto potíží. Domnívám se, že tento text by mohl být užitečný nejen pro učitele a poradenské pracovníky ve školství, ale i pro rozvíjející se oblast pedagogiky, kterou představuje tzv. „doučování“.

2. Operace násobení a kroky k jejímu zvládnutí u žáků se specifickou poruchou učení

Násobení přirozených čísel je v pořadí třetí operace, s níž se žáci seznamují obvykle ve 2. ročníku základní školy. V principu se jedná o zkrácený způsob sčítání několika sobě rovných sčítanců. Namísto součtu $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ násobíme $5 \cdot 4$. Budínová (2022) a další výzkumníci upozorňují na důležitost toho, aby žáci při vyvozování násobení zaznamenali provázanost operací sčítání a násobení. I bez tohoto poznatku se žáci sice mohou naučit násobilku a využívat ji k řešení úloh na násobení, ale představa založená na provázanosti sčítání a násobení je nepostradatelná, její absence se časem může projevit negativně při řešení dalších úloh. Hejný (2014) říká, že znalost násobení není podstatou matematiky. Podstatou je podle něj vzhled do operace, který žák prokáže zpravidla tím, že v zadané situaci rozezná násobení. S tímto názorem se ztotožňuje řada autorů, tj. že znalost násobilky nemá pro žáka valný význam bez opory v pochopení této operace. V návaznosti na to se setkáváme se dvěma přístupy směřujícími k tomu, zda je pro správné řešení úlohy nezbytné zvládnutí procesů, které umožní žákovi rychle získat výsledek, nebo zda stačí představa operace, která je dostačující k poskytnutí správného řešení ale zdlouhavější cestou. V kontextu s tímto Budínová (2022, s. 53) uvádí, že „ve hře je i kognitivní zahlcení dítěte“. V případě, že žákovi chybí automatizované spoje, je pro něj podle Sharmy (2015) náročné orientovat se v nových situacích, jeho mozková kapacita se zahltní samotným výpočtem a nezbývá na promýšlení souvislostí.

V předkládané případové studii budu ilustrovat postup osvojování si násobilky u žáka 5. ročníku s dyslexií a dysortografií, jehož logické schopnosti byly nadprůměrné, ale měl potíže zapamatovat si základní spoje pro násobení, což ho zpomalovalo a limitovalo při různých výpočtech.

Dle Blažkové (2017, s. 91) je „dobrá znalost operace násobení a základních spojů násobilky pro žáky dobrým východiskem pro zvládnutí dalšího učiva, kterým je dělení, dělení se zbytkem, písemné násobení a dělení, počítání se zlomky i praktické využití v aplikačních úlohách“. Zaměříme-li se s ohledem na níže popsanou kazuistiku pouze na operaci násobení, lze konstatovat, že stejně jako ostatní základní operace, bývá u žáků se specifickými poruchami učení (dále jen SPU) zdrojem velkého množství problémů, které se vztahují k pamětnému i písemnému násobení. Pro úspěšné zvládnutí této operace a jejího využívání v dalším učivu i v dalších předmětech zvláště u žáků s SPÚ Blažková (2020) doporučuje respektovat následující faktory:

- a) Pochopení významu násobení jako opakovaného sčítání sobě rovných sčítanců, tzn. co se děje s čísly, když se násobí. Pro toto je potřeba, aby byla operace násobení řádně vyvozena (v případě nutnosti i opakovaně) a aby žáci dokázali sami slovně formulovat úlohu vedoucí k danému spoji, například $4 \cdot 5$, $7 \cdot 3$ apod.

- b) Vyvození operace násobení by mělo využívat manipulativní činnost s konkrétními předměty, dramatizaci doplněnou o vhodnou motivační situaci. Vybraná situace by měla být graficky znázorněná pomocí symbolů s doprovázejícím zápisem příkladu.
- c) Je zřejmé, že dílčí výpočty písemného algoritmu pro násobení jsou snazší, pokud žáci chápou význam základních spojů a znají je z paměti. Pokud žák zná pamětné spoje pro násobení, umí je memorovat, ale nechápe jejich význam, může se tento fakt jevit až škodlivým. Často se setkáváme s žáky, kteří se učí malou násobilku bez pochopení, což je nebaví a rychle spoje zapomínají. Tento způsob učení tedy není efektivní. V opačném případě, kdy žák umí násobilku a chápe její význam, je pro něj navazující učivo (písemné násobení, pamětné a písemné dělení, práce se zlomky, učivo o dělitelnosti přirozených čísel, řešení rovnic apod.) snazší. Dle Rendla et al. (2013) nejsou porozumění a dril v žádném jednoznačném vztahu. „Rozhodně neplatí, že při porozumění výkladu není už žádný dril zapotřebí. Stejně tak neodpovídá skutečnosti, že při drilu nedochází k porozumění nebo že mu dril dokonce zabraňuje. Na druhou stranu samotný dril porozumění nijak negarantuje. Je tedy podmínkou nutnou, nikoli však postačující“ (Rendl et al., 2013, s. 144).
- d) Návuk jednotlivých spojů by měl respektovat individuálnost poznávacích procesů každého žáka. Pamětné zvládnutí spojů násobení by se přitom mělo vždy opírat o konkrétní představy. Násobilka by měla být vyučována v malých krocích, ale procvičována neustále. Budínová (2022) doporučuje pro osvojení si a posílení jednotlivých násobilkových spojů propojení příkladů s geometrickým modelem. Žáci mohou pracovat s obdélníkovými schémata, kdy například při výpočtu $4 \cdot 5$ požádáme žáka, aby z korálků poskládal obdélník o daných rozměrech.
- e) Při vyvození násobení se doporučuje začínat násobilkami čísel dvou, tří, čtyř, a postupně až do devíti (Blažková, 2017). Není vhodné začínat násobením čísly 1, 0 a 10, přestože interpretují zdánlivě jednoduché případy, neboť nedostatečně ilustrují význam násobení.
- f) Důležitý je respekt k osobním strategiím, které žák při výpočtech používá. Pokud si žák vytvoří svůj vlastní postup, který je matematicky správný a lze jej využít obecněji, pak se žákovi ponechá a nevnučuje se mu přístup nabízený učitelem nebo rodičem. Vlastní chybný postup však není možné respektovat.
- g) Je výhodné využívat co nejvíce matematických her, didaktických pomůcek a činností, které jsou dětem blízké. Nápomocné je využití učiva v reálných situacích, které žáky zajímají.
- h) Důležité je prokázat velkou dávku trpělivosti při práci s dětmi s SPU a každý sebemenší úspěch je třeba ocenit pochvalou.

Při výuce matematiky je třeba dle Blažkové (2020) zvážit míru procedurálních a konceptuálních znalostí žáků, neboť řada z nich, zejména žáci se SPU, potřebuje postupy a doporučení, jak provádět příslušné úkony a jak řešit úlohy, aby dosáhli plánovaného cíle. Osvojením procedurálních znalostí (znalostí týkající se postupů, doporučení, předpisů) můžeme u žáka přispět k osvojení znalostí konceptuálních (vztahy a souvislosti, kategorie a klasifikace, principy a generalizace, teorie, modely, struktury). Akceptovatelný je i opačný postup, kdy porozumění matematickým konceptům podporuje procedurální dovednosti. Jako učitelé matematiky bychom měli mít na paměti, že mnozí žáci začínají chápat vztahy a souvislosti teprve ve chvíli, kdy jejich mozek obsahuje určitou sumu znalostí získaných procedurálně.

Rendl et al. (2013, s. 36) připomíná Hejného (1999, s. 52), který poukazuje „na důležitost proceptuálního transferu, ke kterému dochází ve vědomí žáka, když procesuálně vnímanou situaci (např. násobení) uchopí konceptuálně (triáda čísel ve vzájemných vztazích), nebo konceptuálně vnímanou situaci uchopí procesuálně“. Procedura je tedy důležitá, ale neměla by být příliš mechanická. Představa žákovi umožňuje operaci pochopit a postupně vytvovit koncept násobení.

3. Časté problémy žáků při osvojování si operace násobení

Během učení se operace násobení mohou mít žáci potíže ve kterékoli jeho fázi. Nemusí chápat význam této operace a neví, co mají s čísly udělat. Mnohdy se objevují problémy při pamětném osvojování spojů v oboru malé násobilky (tedy po spoj $10 \cdot 10$). Mnozí žáci pracují pouze s řadou násobků, které musí při počítání postupně vyjmenovat, a často k tomu používají prsty. Nejasná představa řádu čísla se rovněž projevuje chybně při násobení dvou čísel.

Žáci s oslabenou funkcí paměti mívají problémy s krátkodobou (pracovní) i dlouhodobou pamětí, což se u násobení projevuje. Důležitý je pro ně trénink dlouhodobé i krátkodobé paměti. Jak upozorňuje (Budínová, 2022) a jiní výzkumníci, výhodou pro tyto žáky bývá bezpečná znalost nějakého algoritmu, která snižuje kognitivní zatížení, což může uvolnit prostor pro náročnější druhy výpočtu. Na druhé straně Budínová poukazuje, že „pokud je výuka čistě založena na osvojování si rutinních procedur, může to vést k algoritmickému uvažování založenému na povrchních vlastnostech algoritmu a nikoli podstatných vlastnostech operace násobení. Matematické kompetence tak nemusí být rozvíjeny“. (s. 56) Algoritmy jsou důležité a nápomocné, ale výuka by u nich neměla skončit a pozornost by se měla soustředit rovněž na konceptuální porozumění násobení. V souvislosti se žáky s SPU upozorňuje Chinn (2019) na jistou nevýhodu učení se procedurám z paměti, neboť řadu těchto žáků vede tento přístup k mechanickému zvládnutí úlohy bez sebejistoty a bez potřeby ověřování správnosti výpočtu, co není efektivní.

Specifické chyby u násobení bývají spojeny s písemným algoritmem a mívají návaznost na nestabilizované spoje pro sčítání a násobení nebo jsou důsledkem chybování při zápisu do schématu. Pro eliminaci některých chyb u písemného násobení existují různé reedukační postupy, které mohou být zaměřeny procedurálně a jiné se soustřeďují více na pochopení podstaty operace. Další zdroj chyb může mít kořeny v dysgrafii, kdy žák není schopen zapsat výpočet řádně, čitelně a přehledně.

Blažková (2007; 2017) popisuje některé konkrétní problémy žáků při násobení, které mají návaznost na výše uvedené:

- 1) Zaměňování operace násobení a zápisu čísla, např. $7 \cdot 7 = 77$ nebo $5 \cdot 8 = 58$.
- 2) Chybování při vyvození násobení; dominantní je pro žáky jeden činitel, např. $4 \cdot 8 = 4 + 4 + 4 + 4$
- 3) Nerozlišování mezi rozvojem čísla v desítkové soustavě a násobením, např. $12 \cdot 4 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 4 = 18$ nebo $52 \cdot 3 = 50 + 2 \cdot 3 = 56$
- 4) Učení se základním spojům operací z paměti bez porozumění. Žák memoruje pamětné spoje pro násobení bez pochopení jejich významu.
- 5) Používání pouze řady násobků a neschopnost naučit se spoje nezávisle na řadě násobků.
- 6) Zafixování chybných spojů, např. $6 \cdot 8 = 52$.
- 7) Záměna operace násobení za sčítání, např. $6 \cdot 3 = 9$.
- 8) Záměna některých základních spojů pro násobení, např. $6 \cdot 8 = 42$ nebo $9 \cdot 8 = 64$. Nejčastěji se jedná o čísla 42, 48, 54, 56, 63, 64.

4. Didaktická kazuistika – Jakub (5. ročník)

Tato část článku zpracovává případovou studii žáka 5. ročníku (11 let), který vykazuje dlouhodobé problémy s operacemi násobení a dělení přirozených čísel.

Ve svých třech letech Jakub (jméno je smyšlené) poprvé navštívil pedagogicko-psychologickou poradnu (dále jen PPP) z důvodu adaptačních potíží při nástupu do MŠ a s potížemi s udržením pozornosti. Při nástupu do 1. ročníku ZŠ vykazoval Jakub neklid a nesoustředěnost ve školním prostředí, pomalé pracovní tempo a špatně spolupracoval s paní učitelkou. V průběhu školní docházky byl Jakub v PPP diagnostikován jako dyslektik a dysortografik, přičemž tyto poruchy se projeví jeho pomalým a těžkopádným čtením, záměnou či vynecháváním některých písmen při čtení, stálým slabikováním či hláskováním. U písemného projevu byla patrná grafomotorická neobratnost a vysoká chybovost (chyběla diakritika, objevovaly se gramatické chyby a záměna písmen). Problémy spojené s popsány poruchami učení se dále negativně projevily v dalších školních předmětech, tedy i v matematice. PPP doporučila na základě diagnostiky řadu podpůrných opatření a doporučení pro domácí přípravu i pro školní výuku. Proti této skutečnosti Jakub dosahoval nadprůměrných výsledků u zkoušek zaměřených na úroveň slovní zásoby a abstraktního myšlení; jeho rozumové nadání se celkově nacházelo v pásmu vyššího průměru ve prospěch verbálních schopností.

S přihlédnutím ke specifickým poruchám učení se začaly u Jakuba postupně s nástupem do školy objevovat a následně prohlubovat potíže v matematice způsobené dyslexií a dysortografií. Bylo zřejmé, že Jakub v matematice zaostává.

Na začátku 5. ročníku ke mně začal docházet na doučování, jehož cílem bylo zmírnění problémů, které se u něj postupně začaly objevovat při zvládnutí matematického učiva. Tyto problémy se dle rodičů týkaly převážně operací násobení a dělení přirozených čísel s dopadem na řešení slovních úloh.

Cílem předložené kazuistiky je ilustrovat Jakubovy potíže, které se objevily v souvislosti s operací násobení v oboru malé násobilky, analyzovat příčinu problému dostatečně zvládnout toto matematické učivo a na základě toho najít vhodná reedukační cvičení vedoucí k nápravě. Předložený text by mohl být užitečný pro učitele 1. stupně ZŠ, poradce ve vzdělávání a pro individuální práci se žáky s SPU v rámci doučování.

Data pro zpracování případové studie byla sbírána po dobu jednoho roku, v průběhu kterého jsem měla možnost s Jakubem individuálně pracovat. Obsahem datového souboru jsou výpovědi rodičů i samotného Jakuba, jeho školní výkony a slovní projevy a poznámky z intervencí. Hned od začátku individuální práce s Jakubem jsem směřovala k nalezení a analýze oblastí matematického učiva, které mu činily potíže. Na základě předchozí analýzy jsem operativně volila vhodné postupy a reedukační cvičení, u kterých jsem předpokládala případnou nápravu identifikovaných obtíží. Informace pro analýzu celé kazuistiky byly vybrány z tohoto rozsáhlého souboru dat. V roli učitele a výzkumníka bylo mojí snahou pomoci Jakubovi překonat problémy s násobením, které se objevily v důsledku jeho dyslexie a dysortografie.

Z hlediska výzkumného přístupu byla zvolena deskriptivní a instrumentální případová studie (Mareš, 2015). Deskriptivní případová studie se používá „k podrobnému, komplexnímu popisu nějakého jevu reálného života v tom kontextu, v němž se běžně vyskytuje a probíhá“ (s. 121). V rovině instrumentální se jedná o případ, kdy „chce výzkumník prozkoumat konkrétní podoby nějakého obecného jevu. Vyhledá jeden nebo několik případů, které tento obecný jev reprezentují, a důkladně je prostuduje“ (s. 121). Zkoumaným jevem zde byl problém násobení v oboru malé násobilky u žáka 5. ročníku ZŠ s SPU.

Průběh případové studie jsem strukturovala prostřednictvím Metodiky 3A (Janík et al., 2013; Slavík et al., 2017a; Slavík et al., 2017b), tedy Anotace – Analýza – Alterace.¹

¹ Tato kazuistika byla již dříve publikována jiným způsobem v Panáčová (2023).

4.1. Anotace

Popis původních potíží

Během intervence proběhla nejdříve diagnostika případných Jakubových potíží v matematice. Při individuální práci s Jakubem jsem se zaměřila nejdříve na to, jak zvládá základní početní operace s přirozenými čísly, přičemž jsem vycházela z metodických řad popsanych v Blažkové (2017). V rámci diagnostiky byly zjištěny následující fenomény:

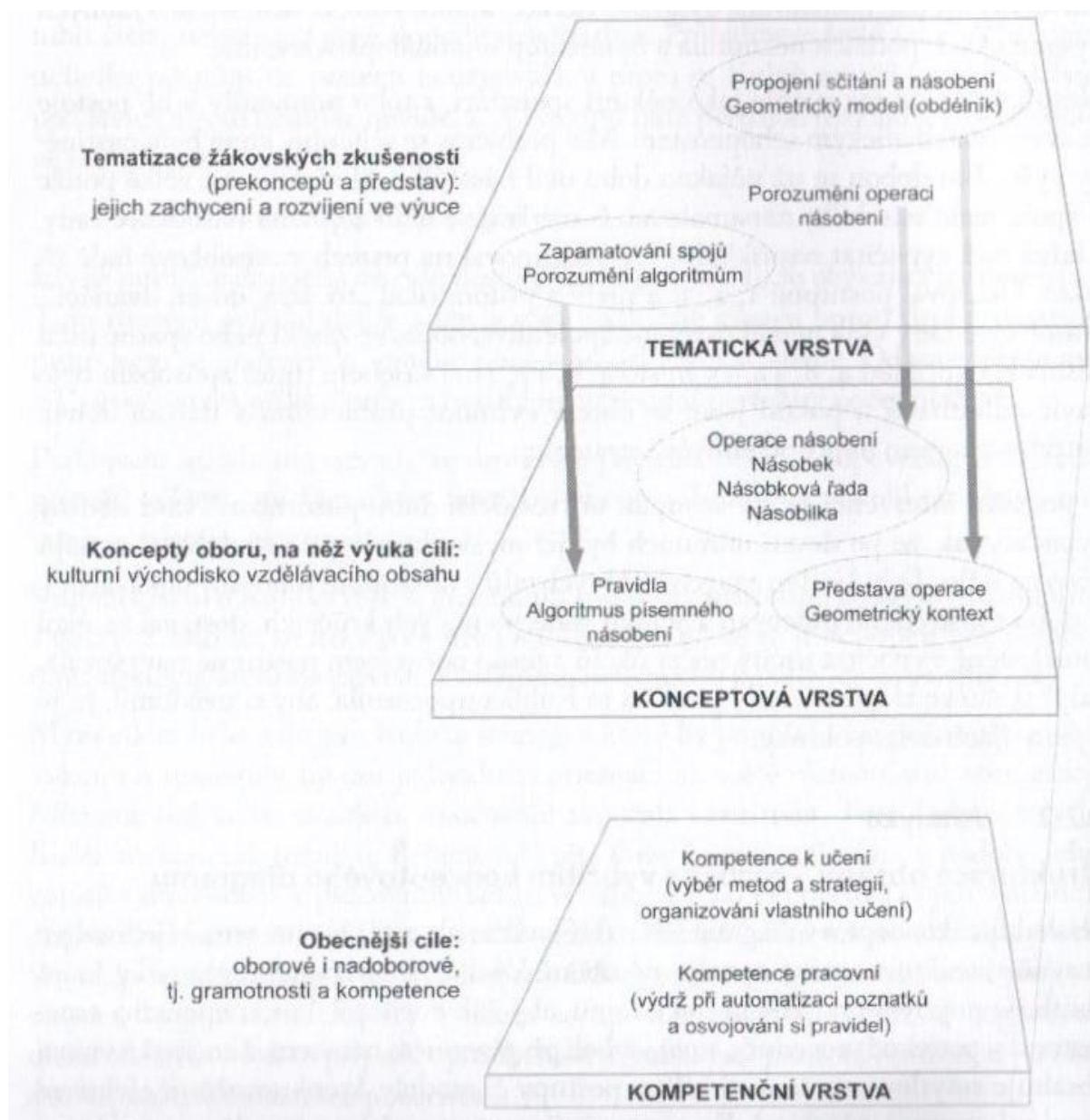
- *Operace sčítání a odčítání přirozených čísel* – v této oblasti nebyly zaznamenány žádné závažné potíže. Jakub chápal význam obou operací, ovládal pamětné sčítání i odčítání přirozených čísel v oboru do 100, ovšem s pomalejším tempem. Rovněž ovládal a správně používal písemný algoritmus pro sčítání i odčítání přirozených čísel i pro vyšší řády. Občas u písemného algoritmu pro sčítání a odčítání chyboval, což však pramenilo z jeho nepřehledného zápisu.
- *Násobení přirozených čísel* – nejprve bylo zjištěno, že Jakub vůbec nechápal podstatu násobení přirozených čísel a netušil, co se s čísly děje, když je násobíme. Nedokázal určit výsledek například úlohy $5 \cdot 3$, ani nebyl schopen si pod tímto symbolickým zápisem cokoli představit. Neznal základní spoje malé násobilky, které tou dobou již řada jeho vrstevníků spolehlivě ovládala. S násobkou měl možnost se ve výuce matematiky již delší dobu setkávat, ale činilo mu velké potíže si její spoje zapamatovat. Neuměl spolehlivě vyjmenovat číselnou řadu malé násobilky daného čísla. Při vyjmenování násobkové řady postupoval na prstech takto: když měl vypočítat například $5 \cdot 3$, v násobkové řadě tří ukazoval postupně 1, 2, 3, 4, 5 prstů a přitom říkal „tři, šest, devět, dvanáct, patnáct“. Nutno dodat, že jednotlivé násobky této řady vyjmenovával velmi pomalu. Operace násobení se tedy u Jakuba jevila jako velký problém, mimoto se objevily obtíže 5) a 8) popsané Blažkovou (2007; 2017) výše.
- *Dělení přirozených čísel* – problémy s násobením se promítaly i do operace dělení. Jakub zpočátku nechápal význam této operace. Neznalost malé násobilky jej rovněž dále limitovala při řešení úloh na dělení analogicky jako při násobení.

4.2. Analýza

Struktura obsahu – rozbor s využitím konceptového diagramu

Konceptový diagram na obrázku 1 (Slavík et al., 2017b) znázorňuje jednotlivé úrovně a strukturu výuky operace násobení. Výchozí úroveň zde představuje *konceptová vrstva*, která obsahuje pojmy a pravidla nutná k tomu, aby žák pochopil násobení a zapamatoval si potřebné procedury, jejichž využití vrcholí u písemného násobení. *Tematická vrstva* obsahuje smyslové zkušenosti žáka, postupy a modely, které efektivně pomáhají při osvojení operace násobení. *Kompetenční vrstva* se vztahuje v případě osvojování si násobení k pracovním návykům žáka (kompetence pracovní), k jeho pílí a vytrvalosti, které mu umožní tuto operaci automatizovat a ovládnout. Kompetenční vrstva také souvisí se schopností žáka vybírat si vhodné metody a strategie a s organizací vlastního učení (kompetence k učení).

Při výuce násobení žák postupně získává celou řadu znalostí a dovedností, ale jejich osvojování může být kognitivně poměrně náročné. Pro pochopení principu operace násobení je nezbytné ji propojovat s předchozí operací sčítání a s násobkovými řadami. Vhodná je zároveň geometrická představa obdélníka. Toto jsou významné pomocné prvky pro pochopení a uchopení této operace. Z mého pohledu je však zároveň žádoucí, aby současně docházelo k pamětnému osvojování malé násobilky. Osvojení si těchto znalostí a dovedností spojených s násobením pak vrcholí ovládnutím algoritmu pro písemné násobení, což vyžaduje navíc další dovednost, kterou je „držení prstů při násobení s přechodem“. Jedná se o komplexní postup, při kterém žák využije krátkodobou i dlouhodobou paměť, což je procedurálně náročné.



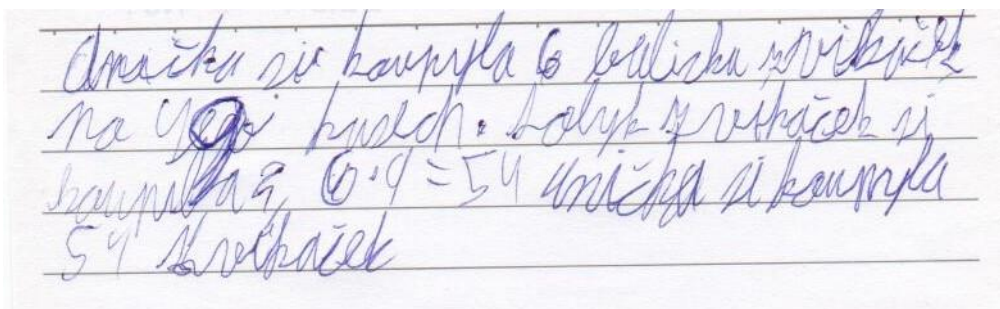
Obrázek 1. Konceptový diagram pro násobení (Budínová, 2022, s. 60)

Tematická vrstva – rozbor problematických situací

Psaní textu bylo pro Jakuba velmi obtížné, jak ilustruje obrázek 2, psal nečitelně a v textu se objevila řada gramatických chyb. Jednoduchou slovní úlohu však spočítal správně, přičemž výpočet psal přímo za text zadání. Řešení úlohy obsahovalo i odpověď. U zápisu čísel se objevovaly stejné potíže jako u psaní textu.

Vzhledem k tomu, že Jakub nechápal podstatu násobení přirozených čísel, bylo potřeba nejdříve důsledně a opakovaně vyvodit operaci násobení a za tímto účelem si naplánovat vhodné aktivity k jejímu pochopení.

Výpočty při násobení byly u Jakuba ovlivněny nestabilizovanými spoji malé násobilky. Bylo nutné pravidelně procvičovat pamětné osvojení násobilkových spojů. Rovněž bylo třeba zapracovat na osvojení si násobkové řady, kterou Jakub nedokázal vždy spolehlivě vyjmenovat a opíral se o ukazování si na prstech, při němž občas chyboval.



Obrázek 2. Problémy při zápisu slovní úlohy

U písemného algoritmu na násobení jsme narazili na potíže, které souvisely s používáním násobkové řady s prsty, která Jakobovi pomáhala při určení spoje malé násobilky. Při určení spoje $7 \cdot 8 = 56$, který našel prostřednictvím řady násobků, měl problém „držet si 5 na prstech“. Tuto skutečnost vyřešil tím, že si do zápisu výpočtu napsal malou pětku. Tato strategie byla sice nápomocná při jeho oslabené krátkodobé paměti, ale u výpočtů s vícemnožinými činiteli byly zápisy nepřehledné, jak můžeme vidět na obrázku 3.

$$\begin{array}{r}
 3897 \cdot \\
 26 \\
 \hline
 23382 \\
 7794 + \\
 \hline
 101322
 \end{array}$$

Obrázek 3. Písemné násobení

Postupně jsme přicházeli na způsoby a aktivity, jak výše popsané nedostatky překonat. Podrobněji jsou tyto kroky dále představeny.

4.3. Alterace

V následujícím textu blíže popisují postup a volbu aktivit, které byly vybrány pro Jakobovo úspěšné zvládnutí operace násobení. Za tímto účelem jsem volila kroky navržené Blažkovou (2020), shrnuté do faktorů a) – h) popsaných výše v textu. Podrobné návody a reedukační cvičení z publikací Blažkové (2015; 2017) a Blažkové et al. (2007) se rovněž velmi osvědčily, nicméně během intervence bylo důležité respektovat Jakobovu individualitu. Soustředila jsem se zároveň na to, aby pomocí názoru prostřednictvím vybraných aktivit docházelo u Jakuba také ke konceptuálnímu porozumění násobení. Podrobně jsou popsány tři zlepšující alterace.

1) Opakované vyvození operace násobení

V rámci nápravných opatření bylo s Jakubem nejprve opakovaně vyvozeno násobení přirozených čísel na základě sčítání několika sobě rovných sčítanců, při kterém jsem vycházela z dramatizací a z konkrétních, Jakubovi blízkých, situací. Ilustrujme tento postup na následujícím příkladu:

Babička dá každému ze svých čtyř vnoučat tři koláčky. Kolik koláčků dá vnoučatům celkem?

Vnoučata:	A	B	C	D					
Koláčky:	○○○	○○○	○○○	○○○					
	3	+	3	+	3	+	3	=	12
	$4 \cdot 3 = 12$								

Takto pak byly postupně vyvozovány další spoje pro násobení. Byl kladen důraz na podstatu násobení a na to, aby si Jakub uvědomoval, co se s čísly při násobení děje. Jakub se neustále vracel k manipulativním činnostem s konkrétními předměty a zapisoval příslušné pamětné spoje. Zaznamenala jsem, že tyto opakované postupy měly na Jakuba pozitivní dopad. Již během první intervence byl schopen zapsat pamětné násobilkové spoje pro konkrétní situace. Například u úlohy „V ohradě se pase 5 koní, kolik mají dohromady nohou?“ Jakub správně zapsal spoj $5 \cdot 4$.

Navzdory tomu, že po této intervenci si Jakub postupně uvědomoval podstatu násobení a uměl zapsat příslušný spoj pro vybranou situaci, neuměl určit správný výsledek úlohy. Například u předchozí úlohy o koních nedokázal na otázku „Kolik mají dohromady nohou?“ odpovědět, přestože spoj určil správně.

2) Osvojení násobkových řad a jejich přechod k násobilce

Jakubovy znalosti násobení byly omezeny na násobkové řady, kterou však neuměl zcela spolehlivě vyjmenovat. Poté, co si Jakub postupně po první popsané alteraci uvědomoval podstatu násobení, začal objevovat význam násobkové řady. Pro osvojení násobkových řad bylo třeba postupovat pomalu po malých krocích a aktivovat tak krátkodobou paměť. Při opakovaném krátkodobém zapamatování poznatku se zvyšuje pravděpodobnost, že poznatek přejde do dlouhodobé paměti. Jakub si začal postupně osvojovat násobkové řady čísel 2, 3, 4, 5, atd., přičemž byl kladen důraz na jejich opakované procvičování. Oporou pro fixaci řad byla opět manipulativní činnost s konkrétními předměty s využitím geometrického schématu obdélníka. Dalšími aktivitami bylo kroužkování násobků daných čísel ve stovkové tabulce nebo výběr a uspořádání kartiček se zapsanými čísly do násobkové řady.

Přestože je tato strategie (znalost násobkové řady) považována za užitečnou, neboť při jejím využití Jakub prokázal pochopení podstaty operace násobení jakožto opakovaného sčítání, byl při jejím používání velmi pomalý, neboť neustále opakovaně přičítal dané číslo k předcházejícímu násobku s využitím ukazování si na prstech. Bez problémů z paměti byl schopen vyjmenovat pouze násobkovou řadu čísla 2 a 5.

Ve druhé fázi vyučovacího procesu zaměřeného na osvojení si násobení, jsem se u Jakuba soustředila na pamětné osvojení spojů malé násobilky. I zde bylo nutné postupovat po malých krocích, aby nedocházelo k rychlému zahlcení Jakubovy pracovní paměti. Přechod k pamětnému zvládnutí malé násobilky se i nadále opíral o konkrétní představy. Pracovali jsme vždy s několika vybranými spoji, zpravidla pěti, jak doporučuje Budínová (2022).

Napsala jsem například $5 \cdot 4 = \square$ a k tomu zakreslila ve čtvercové síti obdélník o rozměrech 5×4 , do kterého Jakub naskládal příslušný počet knoflíků. V případě, že Jakub neznal výsledek, určil si ho pomocí násobkové řady a zapsal výsledek 20. Poté jsem vedle napsala $4 \cdot 5 = \square$. Jakubova matematická představa byla lepší než jeho schopnost zapamatovat si násobilkové spoje, takže rychle odhalil, že výsledek bude stejný, neboť stačí obdélník jen otočit. Analogicky jsme tento postup opakovali pro spoje $6 \cdot 4$, $7 \cdot 4$, $8 \cdot 4$, $9 \cdot 4$. Poté jsem nechala Jakuba, aby se na tyto příklady díval po dobu půl minuty a následně jsem ho zkoušela. Trvalo mu, než si vzpomněl nebo si nevzpomněl vůbec. Teprve po mnoha pokusech opakování mu některé spoje nabíhaly. Tento postup jsme aplikovali v průběhu jednoho roku na celou malou násobilku.

Pro upevnění násobilkových spojů jsme kromě popsaného modelování násobilky ve čtvercové síti vyžili další aktivity a pomůcky (Blažková, 2017):

- přiřazování kartiček s příklady na násobení ke kartičkám s výsledky,
- vyznačování násobků čísel ve stovkové tabulce,
- deskové hry (pexeso, domino, bingo),
- hra na obchod a nakupování zboží (5 jogurtů po 7 Kč, 6 žvýkaček po 3 Kč, atd.).

Jakub si spolehlivě v průběhu intervence zapamatoval jen některé násobilkové spoje, např. $6 \cdot 4$, $5 \cdot 5$, $6 \cdot 6$, které pro něj byly často oporou pro určení výsledku jiného spoje těžše násobkové řady. V některých situacích Jakub využíval komutativity operace násobení, kdy na případu obdélníka popsaném výše, sám odhalil pravidlo, že záměnou činitelů se součin nezmění.

Mnohé spoje byly pro něj problematické, např. $6 \cdot 8$, $8 \cdot 7$, $6 \cdot 7$. Tyto a další spoje nemá Jakub stále osvojené, dodnes je u nich závislý na násobkové řadě s použitím prstů a postupného přičítání téhož činitele.

Neustálé procvičování násobilky, snaha o její zvládnutí a opakující se vyjmenovávání násobkové řady s občasnými chybami pro jakýkoli spoj byly pro Jakuba po celou dobu intervence velmi náročné, odrazující a často vyčerpávající. Tyto skutečnosti korespondují s pohledem Portešové (2011), že žák s dyslexií vykazuje deficit ve schopnosti rychlého vybavování pojmů z dlouhodobé paměti, který, jak se zdá, se u Jakuba projevil právě v oblasti učiva souvisejícího s násobením.

3) Algoritmus písemného násobení

U algoritmu písemného násobení si Jakub rychle osvojil postup a zápis čísel do schématu. V průběhu algoritmu, který vyžaduje znalost pamětného násobení, Jakub počítal v násobkové řadě s použitím prstů. Ukážeme si to na následujícím příkladu:

$$\begin{array}{r} 498 \\ : 6 \\ \hline \end{array}$$

Jakub zde postupoval následovně: příklad $6 \cdot 8$ počítal na prstech v řadě 8, 16, 24, 32, 40, 48. Sepsal osmičku, měl si držet čtyřku. Aby na ni nezapomněl, zapsal ji v menší velikosti pod šestku do zápisu zadaného příkladu. Dále na prstech počítal $6 \cdot 9 = 54$ a přičetl správně 4. Sepsal osmičku, měl si držet pětku, kterou opět zapsal v menší velikosti pod devítku do zápisu příkladu. Nakonec na prstech určil $6 \cdot 4 = 24$ a přičetl 5. Sepsal dvojku a devítku do zápisu příkladu. Samotnou proceduru písemného násobení tedy Jakub zvládl, přestože v jejím průběhu, kdy se vyžaduje znalost pamětného násobení, počítal v násobkové řadě s použitím prstů. Byl však schopen alespoň tímto způsobem písemně vynásobit i víceciferná čísla a jeho úkolem pro další období bylo stabilizovat spoje malé násobilky a osvojit si pevněji násobkovou řadu.

5. Shrnutí, diskuse, závěr

Problematika specifických poruch učení se stává předmětem zájmu učitelů, pedagogických výzkumníků, rodičů i širší veřejnosti. Pokud se u žáka objeví potíže v matematice, které jsou včasné diagnostikovány, je možné jej vhodnou volbou reedukačních a kompenzačních postupů ušetřit mnoha nedorozumění, ke kterým může při výuce matematiky dojít.

Článek pojednával o žákovi 5. ročníku (Jakubovi), u kterého diagnostikovaná dyslexie a dysortografie vedly ke sníženým výkonům v matematice. Jeho potíže se převážně týkaly osvojení si operace násobení. V rámci případové studie byla podrobně popsána intervence se žákem, jejímž smyslem bylo diagnostikovat jeho potíže objevující se v matematice, analyzovat příčinu problémů dostatečně zvládat toto matematické učivo a na základě toho najít vhodné reedukační a kompenzační postupy vedoucí k nápravě. Intervence probíhala po dobu jednoho roku.

Podle Budínové (2022) dává pedagogická a matematicko-didaktická literatura často do rozporu procedurální a konceptuální pohled na operace. Na jedné straně stojí nácvik jednotlivých kroků algoritmu (proces) mnohdy bez vytvoření představy, na straně druhé pak vzhled do operace (koncept). Je řada autorů, kteří zdůrazňují potřebu osvojení algoritmu kvůli eliminaci kognitivního zahlcování při řešení náročnějších úloh a zároveň upozorňují na nutnost pochopení operace (Sharma, 2015; Chinn, 2019). U Jakuba převažovaly problémy procedurálního charakteru nad konceptuálními, což se projevovalo v poměrně rychlém pochopení principu operace násobení proti tomu, jaké obtíže mu činilo pamětné osvojení násobkových řad a spojů malé násobilky.

Při osvojování si násobení jsem u Jakuba zaznamenala potíže spojené se zapamatováním si malé násobilky a nespolehlivé osvojení násobkové řady, používání prstů pro násobení a problémy při zápisu schémat pro písemný algoritmus násobení. Pro některé žáky se používání prstů stalo nutností pro zvládnutí násobkové řady a spojů malé násobilky a pravděpodobně budou na nich závislí doživotně (Budínová, 2022). Nabízí se otázka, do jaké míry bude používání prstů efektivní a zda se tito žáci naučí používat je pouze v představě. Není vhodné těmto žákům používání prstů zakazovat, protože slouží jako jediná opora a pomůcka pro zvládnutí zadané úlohy.

V souvislosti s tímto případem upozorňujeme na fakt, že existuje řada dětí s poruchami učení či se sníženou kognitivní efektivitou, které se v matematice potýkají s násobením přirozených čísel podobně, jako bylo popsáno v uvedené kazuistice. Analogické případy žáků byly zkoumány a popsány v případových studiích v publikacích Budínové a Panáčové (2022) nebo Budínové (2022). Všechny tyto kazuistiky ukazují, že i přes velkou snahu vyučujících, rodičů a lektorů s využitím množství reedukačních a kompenzačních postupů nemusí u žáků s uvedenými poruchami učení dojít k pamětnému osvojení spojů malé násobilky či spolehlivému osvojení násobkové řady bez použití prstů, přestože význam této operace chápou. Na případu žáka 5. ročníku jsem chtěla ilustrovat, že existují způsoby, jak žákům s aritmetikou pomáhat. S odstupem času mohu konstatovat, že se intervence podařila a dosáhla cíle, kterým bylo zvládnutí násobilky, násobkových řad a písemného násobení do té míry, aby žák nebyl v budoucnu významně limitován.

Literatura

- Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M., & Blažek, M. (2007). *Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy*. Brno: Paido.
- Blažková, R. (2015). Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami. In E. Fuchs & E. Zelendová (Eds.), *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání* (s. 133-148). Praha: Národní ústav pro vzdělávání.

- Blažková, R. (2017). *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno: MuniPress.
- Blažková, R. (2020). *Vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení – matematika. Metodická příručka*. Brno: Masarykova univerzita.
- Budínová, I., & Panáčová, J. (2022). Children with reduced cognitive effectivity, their problems and optimal way of education. In J. Morska & A. Rogerson (Eds.), *The Mathematics Education for the Future Project. Proceedings of the 16th International Conference. Building on the Past to Prepare for the Future* (s. 75-80). Münster: WTM.
- Budínová, I. (2022). Obtíže žáka se sníženou kognitivní efektivitou s dysgrafickými problémy při násobení a jejich kompenzace. In T. Janík, J. Slavík, T. Češková et al., *Produktivní kultura vyučování a učení v didaktických kazuistikách* (s. 53-68). Brno: Masarykova univerzita.
- Hejný, M. (1999). Procept. In *Zborník bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky* (s. 40-61). Bratislava: KZaDM.
- Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Praha: Univerzita Karlova.
- Chinn, S. (2019). *Math learning difficulties, dyslexia and dyscalculia*. Jessica Kingsley Publishers.
- Janík, T., Slavík, J., Mužík, V., Trna, J., Janko, T., Lokajíčková, V., Lukavský, J., Minaříková, E., Sliacky, J., Šalamounová, Z., Vondrová, N., & Zlatníček, P. (2013). *Kvalita (ve) vzdělávání: obsahově zaměřený přístup ke zkoumání a zlepšování výuky*. Brno: Masarykova univerzita.
- Mareš, J. (2015). Tvorba případových studií pro výzkumné účely. *Pedagogika*, 65(2), 113–142.
- Panáčová, J. (2023). Žák s dyslexií a jeho potíže s násobením přirozených čísel. *Učitel matematiky*, 31(2), 109-121.
- Portešová, Š. (2011). *Skryté nadání. Psychologická specifika rozumově nadaných žáků s dyslexií*. Brno: Masarykova univerzita.
- Rendl, M., Vondrová, N., Hříbková, L., Jirotková, D., Kloboučková, J., Kvasz, L., Páchová, A., Pavelková, I., Smetáčková, I., Tauchmanová, E., & Žalská, J. (2013). *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Univerzita Karlova.
- Sharma, M. C. (2015). Numbersence: A window into dyscalculia and other mathematics difficulties. In S. Chinn (Ed.). *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties* (s. 277-291). Routledge.
- Slavík, J., Janík, T., Najvar, P., & Knecht, P. (2017a). *Transdisciplinární didaktika: o učitelském sdílení znalostí a zvyšování kvality výuky napříč obory*. Brno: Masarykova univerzita.
- Slavík, J., Stará, J., Uličná, K., & Najvar, P. (2017b). *Didaktické kazuistiky v oborech školního vzdělávání*. Brno: Masarykova univerzita