Palacký University Olomouc, Faculty of Education, Department of Mathematics

The Union of Czech Mathematicians and Physicists, Olomouc branch

Elementary Mathematics Education Journal

Olomouc 2022

ISSN 2694-8133

Univerzita Palackého v Olomouci
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

ve spolupráci s

Jednotou českých matematiků a fyziků
pobočný spolek Olomouc

Elementary Mathematics Education Journal

ročník 4, číslo 2

2022

Palacký University Olomouc
Faculty of Education
Department of Mathematics

in cooperation with

The Union of Czech Mathematicians and Physicists
Olomouc branch

Elementary Mathematics Education Journal

Vol. 4, No. 2

2022

Elementary Mathematics Education Journal

http://emejournal.upol.cz

Vydavatel: Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Česká republika

Předseda redakční rady: David Nocar (Univerzita Palackého v Olomouci, Česká republika)

Adresa a kontakty:
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Česká republika
emej@upol.cz

Informace pro autory:
Časopis uveřejňuje články k aktuálním problémům z teorie elementární matematiky, o inovacích, trendech a výzkumech v primárním a preprimárním matematickém vzdělávání. Jednotlivé články jsou anonymně posuzovány dvěma odborníky v recenzním řízením typu „double-blind peer review". Další informace a podrobné pokyny pro autory jsou k dispozici na webu: http://emejournal.upol.cz.

Za kvalitu obrázků, jazykovou správnost, dodržení bibliografické normy a dodržování publikační etiky odpovídají autoři jednotlivých článků.

Časopis vychází dvakrát ročně.

Ročník 4, číslo 2

ISSN 2694-8133

Elementary Mathematics Education Journal

http://emejournal.upol.cz

Publisher: Palacký University Olomouc, Faculty of Education, Department of Mathematics
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Czech Republic

Address and contacts:
Department of Mathematics, Faculty of Education, Palacký University Olomouc
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Czech Republic
emej@upol.cz

Information for authors:
The journal publishes articles on current issues in the theory of elementary mathematics, about innovation, trends and research in primary and pre-primary mathematics education. Each article is reviewed by two anonymous experts ("double-blind peer review"). More information and other instructions for authors are available at: http://emejournal.upol.cz.

The authors of the articles are responsible for the quality of the images, language accuracy, compliance with bibliographic standards and adherence to publication ethics.

The journal is published twice a year.

Vol. 4, No. 2

ISSN 2694-8133

ISSN 2694-8133

Obsah

Content

SCHOPNOST DĚTÍ V MATEŘSKÉ ŠKOLE ŘEŠIT RŮZNÉ DRUHY POROVNÁVÁNÍ

Andrea ČUBOVÁ, Šárka PĚCHOUČKOVÁ
Západočeská univerzita, Fakulta pedagogická (Česká republika)
andrea.cubova@email.cz, pechouck@kmt.zcu.cz

Abstrakt

V mateřské škole proběhl experiment, jehož cílem bylo zjistit schopnosti dětí řešit úkoly na různé druhy porovnávání. Experimentu se zúčastnily děti ve věku 5–6 let. Bylo vytvořeno 12 úkolů, které byly zaměřeny na přirozené porovnávání, základní porovnávání, redukované a superredukované porovnávání a porovnávání rozdílem. Děti při řešení úkolů, ve kterých porovnávaly délku, hmotnost, množství nebo počet, využívaly manipulaci, grafické zpracování nebo slovní vyjádření.

Klíčová slova: porovnávání, mateřská škola, délka, hmotnost, množství, počet

PRESCHOOL CHILDREN'S ABILITY TO SOLVE DIVERSE TYPES OF COMPARISON TASKS

Abstract

Multiple preschool establishments participated at an experiment with the aim to assess children's ability to solve diverse types of comparison-related problems. Children in the age of 5–6 years were included in this experiment. 12 tasks were created with focus on natural, basic, reduced and super-reduced comparison, and comparison through difference. Children compared length, weight, amount or count and employed manipulation, graphic adaptation and verbal expression.

Keywords: comparison, nursery school, length, weight, amount, count

1. Úvod

Předmatematické představy tvoří základ pro utváření matematických představ. Matematika je jedním z prostředků, díky nimž dochází k rozvoji myšlení a logického uvažování. Děti předškolního věku (od narození do šesti let) potřebují rozvinout své schopnosti, dovednosti a také získat potřebné vědomosti (Bednářová, Šmardová, 2015). Pokud dítě dobře pochopí a ukotví si základní pojmy, osvojí si jednodušší dovednosti, které budou tvořit pevný základ pro řešení obtížnějších úkolů, bude mít tak vytvořen dobrý předpoklad ke zvládnutí učiva matematiky na základní škole a s tím spojený kladný vztah k tomuto předmětu (Bednářová, 2004).

V mateřské škole v České republice jsou aktivity cílené na předmatematickou výchovu propojeny i s jinými oblastmi výchovně-vzdělávacího procesu, jako například s dramatickou výchovou, tělesnou výchovou. Na pedagogovi je pak rozhodnutí, kterou podstatnou složku dětem zdůrazní, kterou bude komentovat, k čemu přitáhne pozornost dětí. Pedagog ovlivňuje také výběr metod a forem práce. Přitom je důležité, aby měl na mysli, že aktivity, nejen

ISSN 2694-8133

v předmatematické výchově, vyžadují čas. Dítě potřebuje zpracovat všechny podněty a zkušenosti. Pokud dítěti dáme prostor pro vlastní rozhodování, experimentování, posilujeme tak jeho samostatnost (Kaslová, 2010).

Před vstupem na základní školu by dítě mělo mimo jiné zvládat všechny metody řešení, jako je usuzování, přiřazování, třídění, uspořádání a porovnávání.

2. Porovnávání

„**Porovnávání (komparace)** je proces, který nastupuje tehdy, je-li dítě schopné vnímat případně vybavit si dva objekty (dva celky, dvě části).“ (Kaslová, 2010, s. 39). Zjednodušeně můžeme říci, že porovnávání znamená hledání vztahu mezi dvěma objekty nebo jevy. Pokud nemůžeme oba porovnávané objekty nebo jevy sledovat současně, musíme je zkoumat postupně a pak je můžeme porovnat pouze v případě, že nezapomeneme při pozorování druhého na první.

Podle toho, jak porovnávané objekty vnímáme, nebo si je pouze vybavujeme v představě, porovnáváme v různých úrovních:

- vnímaný objekt s vnímaným objektem, například při hledání rozdílů na dvojici obrázků (hra Černý Petr, Pexeso);
- vnímaný objekt s představou jiného objektu, například pokud dítě kreslí něco, co zná a dokáže si to vybavit (auto, míč);
- představu s představou, zde se jedná o nejtěžší porovnávání, kdy je třeba zadání sdělovat pomalu, musíme poskytnout dostatečný čas na dokončení, případně pomoci vyvolat dané představy, které pomůžou s porovnáním (Kaslová, 2010).

U dětí předškolního věku je dobré začít s porovnáváním věcí, které mohou uchopit do ruky a vnímat je tak více smysly najednou. Na základě srovnávání dvou jevů nebo objektů v přirozeném prostředí se dítě učí chápat, jakým způsobem spolu tyto jevy nebo objekty souvisí a navzájem se ovlivňují (Nováková, Novák, 2019). Svou roli při porovnávání hraje také proces identifikace, rozhodování, hodnocení, výběru, a tudíž neúspěch v řešení může mít více příčin, nejen to, že je dětem zadán nepřiměřeně obtížný úkol.

Rozlišujeme několik typů porovnávání. Jedná se o porovnávání přirozené, základní, redukované, rozdílem a podílem.

3. Experiment v mateřské škole

V mateřské škole proběhl experiment, jehož cílem bylo zjistit, do jaké míry zvládnou děti

- redukované porovnávání hmotnosti dvou různě naplněných pytlíků
- superredukované porovnávání délky dvou švihadel
- přirozené redukované porovnávání s oporou dvou obrázků
- základní porovnávání velikosti dvou obrázků
- porovnávání rozdílem množství míčků umístěných ve dvou obručích
- základní porovnávání délky dvou pastelek
- redukované porovnávání počtu korálků navlečených na dvou nitích
- přirozené porovnávání dvou slyšených zvuků
- porovnávání rozdílem počtu hrušek a jablek
- základní porovnávání počtu puntíků na dvou molitanových kostkách
- redukované porovnávání délky dvou slyšených písniček
- základní porovnávání délky hodu dvěma sáčky s pískem

Součástí experimentu bylo celkově 12 úkolů. Úkoly plnily děti ve věku 5–6 let, proto byly přizpůsobeny metodami, obsahem i pomůckami jak věku, tak schopnostem a individuálním zvláštnostem dětí. Aktivity probíhaly na základě přímého pozorování doplněného o fotografie a videozáznam (byl pořízen písemný souhlas rodičů s pořizováním fotografií a videonahrávky dětí). Zjištěné skutečnosti byly zaznamenány do tabulek a dále analyzovány. Vzhledem k omezenému rozsahu článku se zaměříme jen na některé úkoly.

Úkol 1: Který pytlík je těžší? (porovnávání redukované)

Pomůcky: Lněný pytlík rozměr 15 x 20 cm, lněný pytlík rozměr 26 x 35 cm (obr. 1), kamínky, nastřihané proužky z látky

Zadání úkolu: Před dítě položíme dva naplněné lněné pytlíky. Menší pytlík je naplněn kamínky, bude tak těžší. Větší pytlík je naplněn nastřihanými kousky látky, bude tak lehčí. Dítěte se zeptáme, jestli je větší pytlík těžší než menší.

Úspěšnost řešení úkolu byla 90 %. Děti, které tento úkol zvládly, si postupně pytlíky vzaly do ruky a porovnaly jejich hmotnosti. Většině dětí porovnání nedělalo potíže, jelikož menší pytlík byl naplněný kameny a byl opravdu těžký. Velký pytlík byl naplněný proužky nastřihané látky tak, aby vypadal velký a plný, přesto děti správně odpovídaly, že menší pytlík je těžší. Děti, které úkol nesplnily, porovnávaly hmotnosti pouze pohledem a nesprávně předpokládaly, že větší pytlík bude mít také větší hmotnost.

Obrázek 1. Pytlíky (vlastní zdroj)

Obrázek 2. Švihadla (vlastní zdroj)

Úkol 2: Které švihadlo je delší? (porovnávání superredukované)

Pomůcky: Švihadla

Zadání úkolu: Na zem položíme dvě švihadla různé barvy. Dítě má za úkol odpovědět na otázku: „Je růžové švihadlo delší než zelené?“

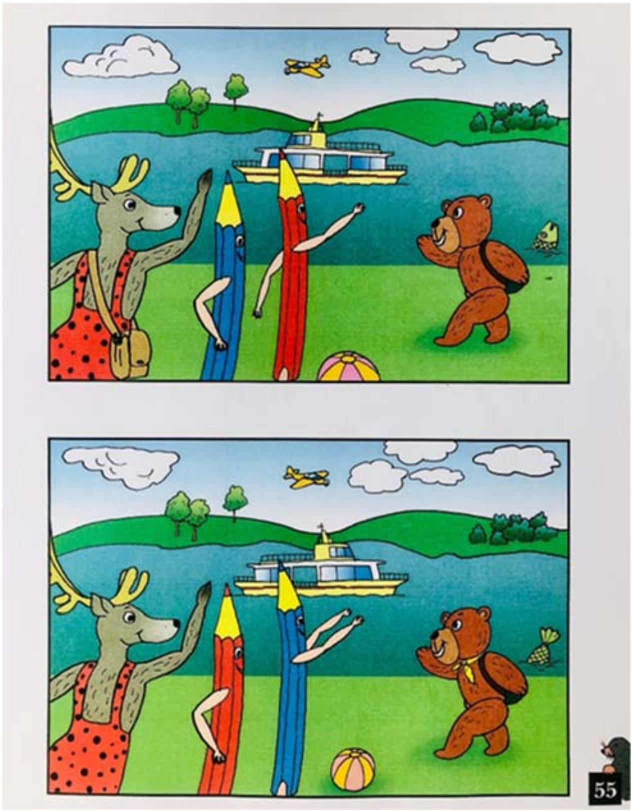
Úkol zvládly splnit všechny děti, úspěšnost řešení úkolu byla 100 %. Porovnat délku dvou švihadel, nebylo pro děti obtížné. Děti přistoupily ke švihadlům, která byla položena vedle sebe na zemi, a po zadané otázce následovala vždy rychlá a správná odpověď (obr. 2).

Úkol 3: Hledání rozdílů mezi dvěma obrázky (porovnávání přirozené redukované s oporou)

Pomůcky: Pracovní list s obrázky

Zadání úkolu: Dítěti předložíme pracovní list se dvěma obrázky (obr. 3). Úkolem dítěte je obrázky porovnat a najít 10 rozdílů.

Kritérium pro splnění úkolu bylo najít alespoň devět rozdílů. Přesto úspěšnost řešení úkolu byla pouze 30 %. Jen osmdesát procent dětí si všimlo, že pastelky na druhém obrázku mají vyměněné barvy. Ostatní děti se domnívaly, že si pastelky vyměnily místo, i když každá je jinak vysoká a také široká. Problémy dělaly rovněž mraky, lodě, které pluly obráceným směrem a šátek u medvěda.



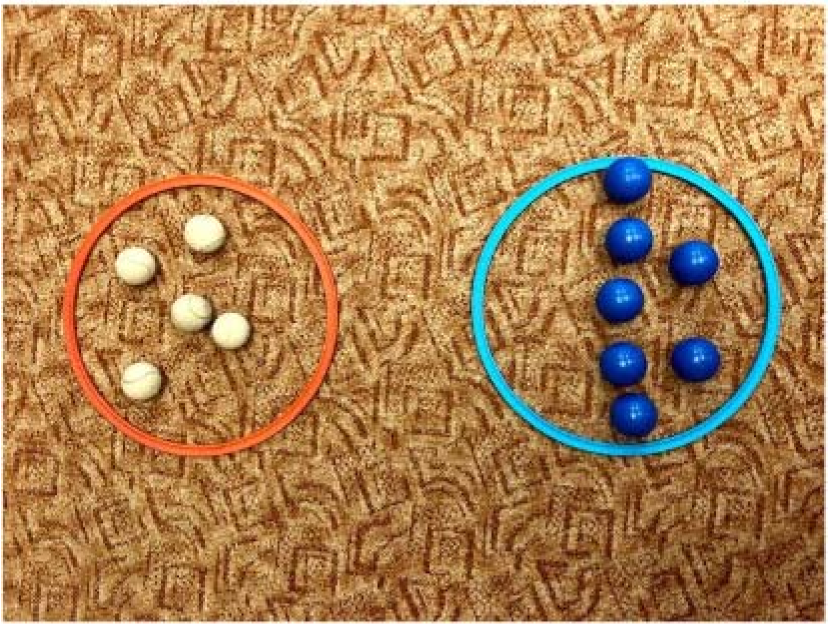
Obrázek 3. Pracovní list s obrázky (Bednářová, 2021, s. 55)

Úkol 4: Porovnání množství, kde je více míčků a o kolik? (porovnávání rozdílem)

Pomůcky: modré míčky, bílé míčky, obruče

Zadání úkolu: Na zem položíme modrou obruč a do ní vložíme 7 modrých míčků. Vedle položíme červenou obruč a do ní vložíme 5 bílých míčků (obr. 4). Dítě má za úkol říci, ve které obruči je více míčků a o kolik.

Úspěšnost řešení úkolu byla 30 %. Děti předstoupily před obruče, prohlédly si je a všechny správně odpověděly, že v modré obruči je více míčků. Třetina dětí, než správně odpověděla, si ještě míčky spočítala. Ostatní děti odpověděly správně ihned bez počítání míčků, zhodnotily situaci pouze pohledem. Tato první část úkolu tak pro ně byla jednoduchá. Jak se ukázalo, druhá část úkolu byla těžší. Pouze 30 % dětí odpovědělo správně, že v modré obruči je o 2 míčky více. U většiny ostatních dětí se objevila nesprávná odpověď, že modrých míčků je o 7 více. Děti zřejmě neporozuměly formulaci „o kolik více“ a uvedly celkový počet modrých míčků v obruči.



Obrázek 4. Obruče s míčky (vlastní zdroj)

Závěr

Experiment ukázal, že je velmi důležité, jakým způsobem je úkol dětem zadán, zda porozumí zadaným pojmům a vědí tak, co mají dělat. Je také nutné brát ohled na věk dítěte, jeho dosažené schopnosti a dovednosti, a podle toho přizpůsobovat zadávané úkoly a poskytnout potřebnou dopomoc. Z tohoto pohledu hraje důležitou roli i osobnost a přístup pedagoga a také to, jaké způsoby, formy a metody výuky zvolí.

Acknowledgements

Článek vznikl za podpory projektu BAMAPE 2022-03 „Schopnost dětí v mateřské škole řešit různé druhy porovnávání.“

Literatura

Bednářová, J. (2004). *Předčíselné představy.* Brno: Pedagogicko – psychologická poradna.

Bednářová, J. (2021). *Mezi námi předškoláky pro děti od 4 do 6 let: všestranná příprava dítěte do školy.* Brno: Edika.

Bednářová, J., & Šmardová, V. (2015). *Diagnostika dítěte předškolního věku: co by mělo umět ve věku od 3 do 6 let.* Brno. Edika.

Kaslová, M. (2010). *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání.* Praha: Raabe.

Nováková, E., & Novák, B. (2019). *Matematická pregramotnost a učitelé mateřských škol.* Brno: Masarykova univerzita.

POROVNÁNÍ EFEKTIVNOSTI RUČNÍCH A POČÍTAČEM PROVEDENÝCH VÝPOČTŮ PŘI ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH NA DĚLITELNOST

Lukáš HOLINKA, Adriana KOLÁŘOVÁ, Veronika FENCLOVÁ, Michaela PIATKOVÁ, David NOCAR, Tomáš ZDRÁHAL
Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta (Česká republika)
lukas.holinka01@upol.cz, adriana.kolarova01@upol.cz, veronika.fenclova01@upol.cz, michaela.piatkova01@upol.cz, david.nocar@upol.cz, tomas.zdrahal@upol.cz

Abstrakt

Smyslem výzkumu, který je v tomto článku popsán, bylo porovnat dobu potřebnou k vyřešení tří klasických úloh školské matematiky, které vedou k nalezení největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku, a to při ručním výpočtu (kontrolní skupina) a při výpočtu v platformě Wolfram Cloud (experimentální skupina). Respondenti neuměli s programem Wolfram Cloud vůbec pracovat, a proto musela experimentální skupina projít nejdříve „proškolením“. Ovšem ne tak, že by jí byly sděleny potřebné příkazy – skupina byla pouze instruována, jak tyto příkazy najít. Čas „proškolení“ byl této skupině připočítán. Výsledkem výzkumu je skutečnost, že nulovou hypotézu o rovnosti průměrných časů obou skupin na hladině významnosti 0,05 zamítáme.

Klíčová slova: Wolfram Cloud, největší společný dělitel, nejmenší společný násobek

COMPARISON OF THE EFFICIENCY OF MANUAL AND COMPUTER PERFORMED CALCULATIONS IN SOLVING WORD PROBLEMS

Abstract

The purpose of the research described in this paper was to compare the time needed to solve the three classical problems of school mathematics, which lead to finding the greatest common divisor and the least common multiple, both in manual calculation (control group) and in calculation in the Wolfram Cloud platform (experimental group). Respondents could not work with the Wolfram Cloud program at all, so the experimental group had to undergo "training" first. However, not by being told the necessary commands – the group was only instructed on how to find these commands. The time of "training" was added to this group. The result of the research is the fact that we reject the null hypothesis about the equality of the average times of both groups at the level of significance of 0.05.

Keywords: Wolfram Cloud, greatest common divisor, least common multiple

1. Úvod

Na 2. stupni ZŠ v rámci tematického okruhu Číslo a proměnná se mimo jiné vyskytuje poměrně mnoho slovních úloh, které vedou k nalezení největšího společného dělitele (NSD) a nejmenšího společného násobku (NSN). Samotný výpočet NSN a NSD se provádí většinou rozkladem čísel na prvočísla, což je postup teoreticky jasný, ale praktické provedení je pro větší čísla pracné. Nabízí se zde tedy možnost nahradit „mechanické“ ruční počítání patřičným příkazem nějakého matematického programu. S tím lze souhlasit, ale s jakým programem žáci na 2. stupni ZŠ umějí pracovat? Při našem výzkumu jsme vycházeli z toho, že žáci ve výuce matematiky dosud nepoužívali žádný matematický software a ani žádný neznají. Vybrali jsme tedy Wolfram Cloud. Je to platforma, na které lze pracovat stejně jako v komerčním programu Wolfram Mathematica s tím, že Cloud běží pouze ve webovém prohlížeči a jediným požadavkem je bezplatná registrace.

V našem výzkumu jsme chtěli zjistit, zda použití platformy Wolfram Cloud ovlivní efektivnost řešení úloh vedoucích na nalezení NSD a NSN z pohledu časové náročnosti. Je na první pohled zřejmé, že použití jakéhokoliv matematického programu výpočty rapidně urychlí – tedy v případě, že dotyčný aktivně zná příkazy, které mu poskytnou hledané výsledky. Toto však nebyl náš případ: Všichni respondenti (tedy i ti žáci 7. a 8. tříd ZŠ, kteří Wolfram Cloud v rámci našeho výzkumu nepoužívali) byli s platformou Wolfram Cloud seznámeni v rámci jedné z hodin matematiky jeden den před výzkumem, a to pouze prostřednictvím odkazu Quick Links/Getting Started (Wolfram, 2022), což je pětiminutový úvod do Wolfram Cloud. A nic víc.

Zájemci o tuto platformu najdou inspirace a odkazy např. v článku autorů (Nocar, D., Vaško, J. & Zdráhal, T., 2022).

2. Výzkum mezi žáky 7. a 8. ročníku

V rámci výzkumu bylo celkem 123 žáků standardním způsobem seznámeno s pojmy NSD a NSN v rámci řádné výuky v 6. ročníku ZŠ. Pro potřeby výzkumu byli žáci 7. a 8. tříd rozděleni do dvou přibližně stejně velkých skupin a řešili tři slovní úlohy – viz níže, přičemž první skupina pracovala ručně a druhá musela použít Wolfram Cloud. Výzkum probíhal na dvou základních školách v ČR, na druhé škole byly z výzkumu vyřazeni žáci z Ukrajiny, kteří jsou v ČR krátce a pochopení slovních úloh v českém jazyce je pro ně zatím velmi obtížné.

Jednalo se o následující tři úlohy. Číselné hodnoty byly takto „nesmyslně“ zvoleny kvůli tomu, aby při závěrečném společném shrnutí celého experimentu bylo možno žákům ukázat výhody, které matematický software poskytuje v porovnání s ručním výpočtem – shrnutí ale není součástí tohoto článku.

ÚLOHA 1: Paní učitelka chce mezi žáky rozdělit ovoce tak, aby měl každý stejný počet jednotlivých druhů. Má k dispozici 8528 ks třešní, 1640 ks jablíček a 3936 ks švestek. Mezi kolik nejvíce dětí může ovoce rozdělit, když víme, že žádné ovoce nezůstane? Kolik jednotlivých kusů ovoce dostane každý žák?

ÚLOHA 2: Obdélníkové dlaždice mají rozměry 6715 mm a 2690 mm, určete, prosím, nejmenší délku strany čtverce, který lze těmito dlaždicemi vydláždit. Kolik dlaždic bude potřeba?

ÚLOHA 3: Z pěti tyčí dlouhých 6636 mm, 2844 mm, 3792 mm, 6004 mm a 1580 mm chceme nařezat stejně dlouhé kusy tak, aby nezůstaly žádné zbytky a bylo jich co nejméně. Kolik budou tyto kusy měřit cm a kolik jich bude?

Excelovská tabulka obr. 1 níže ukazuje počet minut potřebných k vyřešení všech tří úloh dohromady, a to jak ručním výpočtem (toto se týkalo 52 žáků), tak pomocí platformy Wolfram Cloud (jiných 42 žáků). Pouze 3 žáci úlohy nevyřešili; tyto jsme do tabulky nezařadili.

Měřil se čas potřebný k vypracování všech tři úloh dohromady. U skupiny, ve které žáci museli použít Wolfram Cloud, proběhlo desetiminutové „proškolení“, kde jim bylo pouze sděleno, že příkaz pro nalezení např. průměru několika čísel najdou tak, že si nechají přeložit termín „(aritmetický) průměr“ do angličtiny („mean“), následně tento termín zadají do vyhledávajícího okna platformy Wolfram Cloud a že si mají prohlédnout všechny „Basic Examples“, které se jim ukážou (o NSD a NSN ale nebylo zmíněno ani slovo!). Žáci zpravidla pracovali s programem Wolfram Cloud poprvé. Čas se u žáků pracujících s programem začal měřit už v okamžiku začátku „proškolení“, takže skutečný čas potřebný k výpočtu byl vždy o 10 minut kratší, než je uvedeno ve zdrojové tabulce. Zdůrazněme zde, že v „proškolení“ se opravdu nemluvilo o příkazech GCD[] a LCM[] – tyto příkazy si žáci, na základě instrukcí v „proškolení“ našli sami; možnost, že by se je dověděli od spolužáků zde byla prakticky nulová. Nejvíc času žáci strávili hledáním správného příkazu pro výpočet, rychle žáci pochopili, že je potřeba najít anglické označení pro největší společný dělitel a nejmenší společný násobek. Pak už to pro ně bylo snadné, ještě si s vyučující museli vyjasnit zápis (např. jak se na klávesnici píši hranaté závorky). Z úloh rychle identifikovali, který příkaz je potřeba použít. Dopočítání počtu jednotlivých kusů ovoce pro každého žáka, počtu dlaždic a počtu stejných kusů tyčí většinou použili kalkulačku v počítačích, využít i k těmto výpočtům Wolfram Cloud je většinou nenapadlo. Práce je bavila, téměř všichni žáci se dostali ke správnému výsledku.

Skupina žáků počítajících příklady ručně byla podstatně méně nadšená. Od začátku jim bylo jasné, co mají k výpočtu použít, ale čísla jim přišla zbytečně velká, nebavily je rozklady na součiny prvočísel. Žáci jsou zvyklí pracovat s tabulkou prvočísel do 1000. Pro rozklady využívali pravidla dělitelnosti, která znají (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14 a 15). Když po částečném rozkladu nenašli čísla v tabulce prvočísel, snažili se je písemně dělit 7, 11 a 13. Pro další výpočty využívali písemné násobení, slabší žáci měli dovoleno použít kalkulačku. I tak tím strávili téměř celou vyučovací hodinu. Zajímavé bylo, že některé děti při hodnocení aktivity zmiňovaly, že si u třetího příkladu všimly, že počty kusů jsou vynásobená čísla, která jim zůstala v rozkladech na součin prvočísel (viz obr. 4 a 5), to si následně s vyučující vysvětlili. Dopočítali se nakonec všichni, ale bylo na nich vidět, že jim časová náročnost výpočtů nevyhovovala. U 3 žáků došlo k numerickým chybám při výpočtu úlohy 2. Přikládáme jedno z písemných řešení.

Skupina 1 ručně (minut)	Skupina 2 Wolfram (minut)	Skupina 1 ručně (minut)	Skupina 2 Wolfram (minut)
29	20	39	22
30	21	30	22
32	22	30	23
33	22	30	23
33	23	30	24
34	24	31	24
35	24	32	21
38	26	32	21
39	27	34	21
40	29	35	21
41	29	36	22
43	33	38	22
43	34	38	23
43	20	38	23
44	21	39	23
29	21	32	23
30	22	32	25
32	23	34	24
33	23	36	22
35	24	36	18
35	24	40	20
35	19	42	25
35	20	42	23
35	20	43	20
36	21	44	
37	21	44	
35	20	40	
30	20	42	
45	21	45	
41	35	40	
38	35	40	
41	40	41	
41	22	42	

Anova: jeden faktor

Faktor

Výběr	*Počet*	*Součet*	*Průměr*	*Rozptyl*
Sloupec 1	33	1200	36,36363636	21,80113636
Sloupec 2	33	806	24,42424242	29,06439394
Sloupec 3	33	1227	37,18181818	22,40340909
Sloupec 4	24	535	22,29166667	2,737318841

ANOVA

Zdroj variability	*SS*	*Rozdíl*	*MS*	*F*	*Hodnota P*	*F krit*
Mezi výběry	5440,972191	3	1813,657397	89,64463455	2,13019E-30	2,680811088
Všechny výběry	2407,564394	119	20,23163356			
Celkem	7848,536585	122				

Obrázek 1. Excel tabulka s daty

$8528 = 2.4264 = 2.2.2132 =$
$= 2.2.2.1066 = 2.2.2.2.533 =$
$= 2.2.2.2.13.41$

$533 : 11 = 4$ se zbytkem $123 : 41 = 3.41$
93
$533 : 13 = 41$
52
13

$1640 = 2.820 = 2.2.410 = 2.2.2.5.41$

$3936 = 2.1968 = 2.2.2.492 = 2.2.2.2.2.123$
$= 2.2.2.2.2.3.41$

$D(8528; 1640; 3936) = 2.2.2.41 = 328$

$x = 328$ $a = 26$ $b = 5$ $c = 12$
$8528 : 328$ $1640 : 328$ $3936 : 328$

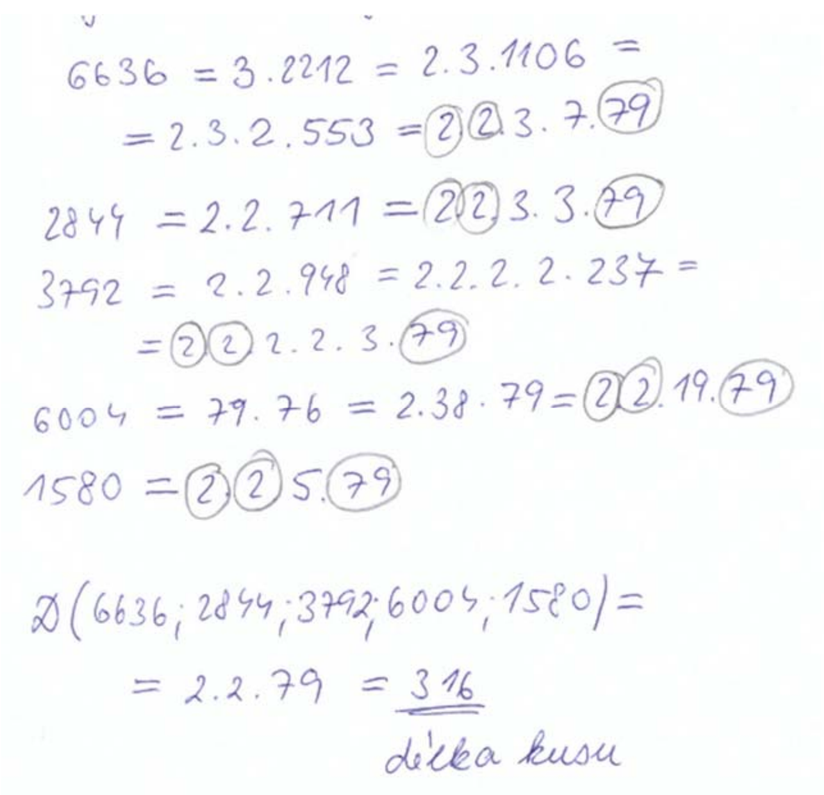
Obrázek 2. Žákovské řešení úlohy 1

$6715 = 5.1343 = 5.17.79$

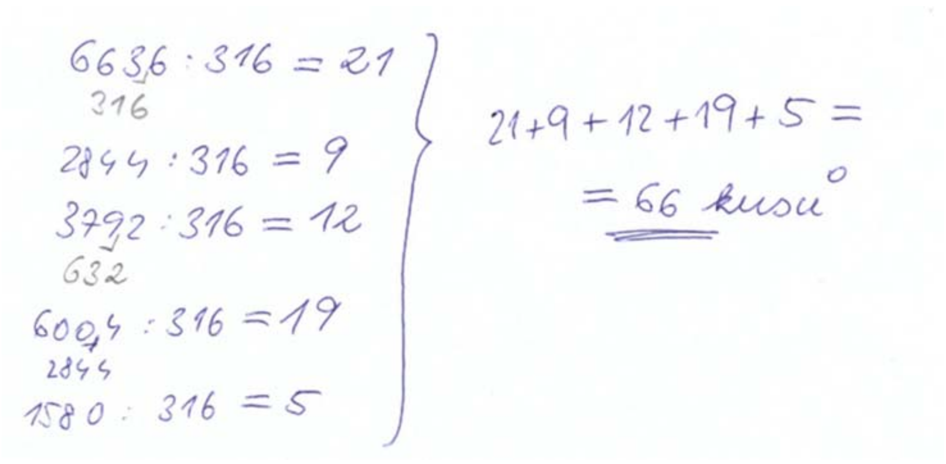
$1343 : 13 = 103$ se zbytkem
43
$1343 : 11 = 122$ se zbytkem
24
23
$1343 : 17 = 79$
153
→ podle tabulky je to prvočíslo
$2690 = 2.5.269 = \cancel{2.5}$

$n(6715; 2690) = 5.17.79.2.269 =$
$= 170.79.269$

Obrázek 3. Žákovské řešení úlohy 2



Obrázek 4. Žákovské řešení úlohy 3 – 1. část



Obrázek 5. Žákovské řešení úlohy 3 – 2. část

Na obr. 2, 3 a 4 jsou části řešení úloh jednoho žáka 8. třídy. Žáci jsou ze 6. třídy zvyklí hledat největší společný dělitel a nejmenší společný násobek pomocí rozkladu na součin prvočísel. V hodinách pracují s tabulkou prvočísel. Běžně využívají pravidla dělitelnosti, pokud nějaké větší číslo mezi prvočísly nenajdou, snaží se číslo vydělit 11, 13, 17 atd. Pokud jim dělení vyjde se zbytkem, dělí dál, dokud se nedostanou k číslu, které je dělitelem čísla původního. To je ostatně vidět v ručním řešení na obr. 3. Při hledání největšího společného dělitele čísel si žáci v rozkladech zakroužkují stejná čísla, nakonec je mezi sebou vynásobí. Pokud hledají nejmenší společný násobek, využijí rozklad na součin prvočísel prvního čísla (ve 2. úloze 5; 17; 79) a jen k němu přidají čísla z dalších rozkladů, která v prvním rozkladu nejsou (2; 269), nakonec je opět vynásobí.

Hledání NSD a NSN bylo hlavním úkolem při řešení všech tří úloh. Následně už jen písemně (či s kalkulačkou) násobili či dělili, podle požadovaného výpočtu, jako např. výpočet počtu kusů z úlohy 3 na obr. 5.

3. Závěr

Oba postupy měly své výhody i nevýhody. U postupu s využitím programu Wolfram Cloud bylo nutné věnovat čas seznámení se s programem, jak pracuje, jak se na klávesnici zapisují hranaté závorky apod. Dále bylo pro žáky obtížné identifikovat správné příkazy v angličtině. Velkou výhodou byla následná rychlost vypočítání NSD a NSN. U druhé (ruční, písemné) varianty byl postup práce žákům jasný ihned po přečtení úloh. Ale velkou nevýhodou byla zadaná (čtyřciferná) čísla. Ruční postup byl zdlouhavý a nudný. V následném násobení velkých čísel žáci i chybovali. Dopočítali se téměř všichni, ale hodina je celkově nebavila.

Vzhledem k tomu, že jsme porovnávali efektivnost ručních a počítačem provedených výpočtů, formulovali jsme nulovou hypotézu tak, že průměrná doba ručních výpočtů a výpočtů na počítači pomocí Wolfram Cloud je stejná:

H_0: $\mu_1 = \mu_2$.

Zopakujme zde, že jsme časy výpočtů na počítači zvýšili o čas věnovaný proškolením žáků tak, aby byli schopni sami nalézt potřebné příkazy; v tomto případě se jednalo zhruba o jednu třetinu doby potřebné k ručnímu vyřešení úloh.

Alternativní hypotéza H_1 pak byla dvoustranná:

H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$.

Na pravé straně tabulky obr. 1 je v MS Excel provedená jednofaktorová analýza, z které je vidět, že hodnota testového kritéria *F* je větší než kritická hodnota *F krit* a dále je vidět že *Hodnota P* je (mnohem) menší než 0,05.

Můžeme tedy prohlásit, že nulovou hypotézu zamítáme ve prospěch hypotézy alternativní na hladině významnosti 0,05.

Je samozřejmé, že tento výsledek nelze jednoduše zobecnit na všechny úlohy; zatím jsme se zabývali jenom úlohami vedoucími na nalezení NSD a NSN. Vždy to totiž záleží na tom, jak dlouhé by muselo být „proškolení“ žáků v příslušné partii platformy Wolfram Cloud. Na druhé straně je ale patrné, že s rostoucím počtem takových „proškolení“ se vyšší efektivita výpočtů pomocí této platformy v porovnání s ručními výpočty nutně projeví.

Acknowledgements

Článek byl připraven v rámci realizace projektu *Počítačem podporovaná výuka matematiky – Computer-Based Mathematics Teaching (IGA_PdF_2021_002)* a projektu *Computer-Based Mathematics na základní škole (IGA_PdF_2022_002).*

Literatura

Nocar, D., Vaško, J. & Zdráhal, T. (2022) WOLFRAM CLOUD AS AN INTERACTIVE TOOL TO SUPPORT SECONDARY SCHOOL TEACHING, *ICERI2022 Proceedings*, pp. 3133-3137. IATED Academy. DOI 10.21125/iceri.2022.0783.

Jančařík, A. *Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek*. Metodický portál RVP.CZ. 2010. https://clanky.rvp.cz/clanek/c/g/7341/NEJVETSI-SPOLECNY-DELITEL-A-NEJMENSI-SPOLECNY-NASOBEK.html.

Wolfram. (2022). *Wolfram Language & System: Documentation Center*. Wolfram Research. https://reference.wolfram.com/language/tutorial/GettingStartedOverview.html.

MAPA UČEBNÍHO POKROKU V PROFESNÍ PRAXI STUDENTŮ VE VÝUCE ELEMENTÁRNÍ ARITMETIKY

Radek KRPEC
Ostravská univerzita, Pedagogická fakulta (Česká republika)
radek.krpec@osu.cz

Abstrakt

Jednou z nejdůležitějších součástí vysokoškolské přípravy na povolání učitel pro 1. stupeň ZŠ jsou vzdělávací praxe. V rámci projektu na Pedagogické fakultě Ostravské univerzity byly praxe z matematiky v rámci tohoto studia rozšířeny z jedné hodiny za 14 dní na absolvování celého půldne jednou za 14 dní pod vedením vyškoleného učitele. V tomto článku jsme se zaměřili na možnosti využití Map učebního pokroku v rámci této praxe z matematiky a zhodnocení zkušeností, jak jsou schopni studenti diagnostikovat úroveň a posun žáka v mapě učebního pokroku v oblasti aritmetiky.

Klíčová slova: výuka matematiky, mapa učebního pokroku, studentská profesní praxe

MAP OF LEARNING PROGRESS IN STUDENTS' PROFESSIONAL PRACTICE IN FRAME OF TEACHING ARITHMETIC

Abstract

As one of the significantly important parts of the university, preparation of prospective primary school teachers, educational practice has been considered. In the frame of the project at University of Ostrava, the math practices were extended from one hour per 14 days to attending the half of one day per 14 days under the leadership of the university teacher. In this paper, the utilization of maps of learning improvement is analysed regarding the evaluation of experiences in the frame of these math practices. The experiences were found on the ability of students to diagnose the level of shift of a pupil on the map of the learning improvement in the field of arithmetic.

Keywords: teaching of mathematics, learning progress, students' professional practice

1. Úvod

Vzhledem k neuspokojivým výsledkům žáků v rámci srovnávacích testů TIMSS a PISA (Tomášek a kol, 2019, Blažek a kol., 2019, Federićová, Münich, 2015) je věnováno mnoho výzkumů zlepšení vzdělávací praxe. Jedním z přístupů je sledování progrese žákových schopností, dovedností a porozumění využitím map učebního pokroku (MUP).

V letech 2018-2020 absolvovali v rámci projektu studenti oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ Pedagogické fakulty Ostravské univerzity profesní praxi na vybraných základních školách. Co 14 dní absolvovali celý den v základní škole, a v rámci tohoto dne absolvovali nejméně jednu vyučovací hodinu matematiky. V rámci této praxe bylo propojeno strukturované pozorování výuky matematiky s myšlenkou využití MUP v praxi.

Během těchto dvou let získali studenti mnoho zkušeností a tím, že strávili praxi v jedné třídě v supervizi jednoho učitele mohli naplno pozorovat pokroky žáků nejen z hlediska pohybu v MUP, ale i z hlediska jevů hodnocených v rámci strukturovaného pozorování, čemuž je věnována publikace (Zemanová, Jirotková, 2020).

2. Teoretická východiska

Učebnímu pokroku a speciálně využití MUP je věnována řada publikací (Hess, 2011; Daro, Mosher, Corcoran, Barrett, Battista, Clements a kol., 2011, apod.). Mapy učebního pokroku jsou úzce spjaty se standardy v oblasti obsahu a můžeme říct, že jsou jakýmsi mostem mezi vzdělávacími standardy, vzdělávacími programy, učebními plány, hodnocením a výukou. Pro ilustraci můžeme uvést pár formulací učebního pokroku zahraničních autorů.

Popham popisuje učební pokrok jako *pečlivě vybranou sadu stavebních kamenů, které si studenti musí osvojit na cestě ke vzdálenějšímu kurikulárnímu cíli* (Popham, 2007).

Masters a Foster (1997) se ve své publikaci na učební pokrok dívají jako na *popis dovedností, porozumění a znalostí v pořadí, v jakém se obvykle rozvíjejí: popis toho, co znamená „zlepšovat se" v oblasti učení*.

Další autoři (Wilson & Bertenthal, 2005) píší o *popisech postupně sofistikovanějších způsobů myšlení, které na sebe navazují v průběhu toho, jak se studenti učí*.

V České republice se tématu učebního pokroku věnují např. Krejčová, Kargerová (1999), Košťálová (2010), Stoilova (2013), Čápová (2015).

Využití MUP se s různým úspěchem pokusily implementovat vzdělávací společnosti, v zahraničí např. Dynamic Learning Maps (DLM) Alternate Assessment System Consortium (USA), Common Core State Standard Initiative (USA), National Research Council (Australia), v České republice aktuálně nabízí školám propracovanou metodiku a podporu společnost Scio (Scio, mup.scio.cz). Podstatou pojetí MUP v České republice je stanovení co nejpřesnější pozice žáka v mapě, jeho dílčích individuálních vzdělávacích cílů a cesty k jejich dosažení. Jednotlivé mapy se liší obsahem, formou jeho zpracování i možnostmi využití.

3. Cíl výzkumu

Naším cílem bylo analyzovat možnosti využití MUP v profesní praxi budoucích učitelů 1. stupně ZŠ ve výuce matematiky (aritmetiky). V prvém kroku jsme se snažili se skupinou studentů sestavit mapu učebního pokroku. Tuto mapu jsme pak dali k dispozici všem studentům k využití ve výuce matematiky. Cílem bylo ověřit, zda a jak jsou schopni diagnostikovat pozici žáka na mapě, zda a jak jsou schopni porovnat trajektorii žákova postupu na mapě v delším časovém úseku a jak je možné získané poznatky využít pro stanovení individuální vzdělávací trajektorie žáka.

Výzkum jsme realizovali ve dvou částech, a to pro aritmetiku a pro geometrii. V tomto článku představujeme část aritmetickou.

4. Metodologie

V našem výzkumu jsme připravili mapu učebního pokroku, která vychází jednak z myšlenky budování mentálních schémat a jednak z analýz školních vzdělávacích programů a jím příslušných tematických plánů. Schéma chápeme z hlediska kognitivní psychologie (např. Gerrig, 1991), které zužujeme pouze na matematické schéma s využitím teorie generických modelů (Hejný, Kuřina, 2009). Pro každou oblast v aritmetice v učivu 1. stupně základní školy jsme vytvořili její schéma nebo ho zařadili do širšího schématu. Oblasti jsme vybrali v souladu s povinným vzdělávacím obsahem vymezeným kurikulárními dokumenty České republiky.

Dále jsme přihlédli k doporučení autorů učebnicových řad, které vycházejí z metody genetického konstruktivismu a zařadili některé oblasti nad rámec povinného obsahu, např. záporná čísla. Námi vymezené oblasti tak pokrývají celé spektrum oblastí prezentované ve všech učebnicových řadách 1. stupně základní školy v České republice.

V aritmetice jsme vymezili následující oblasti:

- Přirozená čísla
- Kladná racionální čísla – zlomky
- Kladná racionální čísla – desetinná čísla
- Záporná čísla
- Závislosti a vztahy
- Kombinatorika
- Pravděpodobnost a statistika
- Slovní úlohy v aritmetice

V každé oblasti jsme strukturovaně vymezili podoblasti, popř. jen průvodní jevy. Např. v oblasti přirozeného čísla (nejširší oblasti výuky) jsme vymezili podoblasti jako „budování pojmu“, „porovnávání“, „uspořádání“, „desítková soustava“, „pamětné sčítání a odčítání“, „písemné sčítání a odčítání“, …, „pamětné dělení“, „písemné dělení“. V oblasti zlomků jsme vymezili pouze podoblasti „budování pojmu“ a „sčítání a odčítání“. V rámci těchto oblastí, resp. podoblastí jsme vymezili průvodní jevy. např. v rámci oblasti „Kombinatorika“ byly vymezeny jevy: najde jedno řešení; zjistí více řešení; umí najít více řešení; umí najít systém pro hledání více řešení; umí rozhodnout, zda úloha má nebo nemá více řešení; umí najít systém pro hledání všech řešení; umí najít všechna řešení; umí zdůvodnit, že se jedná o všechna řešení.

Sestavená mapa (obr. 1) byla použita ve výuce od října 2018 do března 2020 na pěti základních školách, v každé škole v jedné třídě 1. stupně u tří až pěti žáků, celkem u dvaceti žáků. Kritériem volby školy byla dojezdová vzdálenost, kritériem volby třídy byl důsledný konstruktivistický přístup učitele k výuce matematiky.

Přístup k výuce posuzujeme dlouhodobě sledováním práce učitele v jeho hodinách matematiky. Žáky vybral učitel tak, aby reprezentovali skupinu žáků v matematice hodnocených nadprůměrně, průměrně a podprůměrně.

Data podle našich pokynů shromažďovalo 42 proškolených studentů 3.–4. ročníku oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ (pozorovatelé). Se stejným žákem pracovali nezávisle na sobě dva různí pozorovatelé. Větší počet pozorovatelů vnáší do záznamů pozorování subjektivní faktor. Částečně jsme ho eliminovali dvěma nezávislými pozorovateli jednoho žáka, nicméně je stále potřeba s tímto faktorem počítat. Paralelně s tímto výzkumem probíhal výzkum týkající se průběžného strukturovaného pozorování žáků, který byl již prezentován (Zemanová, Jirotková, 2020).

PŘIROZENÉ ČÍSLO

Budování pojmu

- určí počet objektů ve skupině nebo souboru (v množině)
- vytvoří skupinu nebo soubor o daném počtu objektů

Porovnávání

- umí porovnat dvě čísla pomocí zobrazení z množiny do množiny
- umí porovnat čísla na číselné ose
- umí porovnat čísla podle číslic daného řádu

Uspořádání

- uspořádá čísla v oboru numerace
- umístí číslo na číselnou osu
- správně identifikuje chybějící číslo na číselné ose
- chápe přirozené uspořádání přirozených čísel

Zaokrouhlování

- zaokrouhlí čísla do 100 na desítky
- zaokrouhlí čísla do 1000 na stovky
- zaokrouhlí čísla do 1000 na desítky
- zaokrouhlí čísla dom 1 000 000 na statisíce
- zaokrouhlí čísla do 1 000 000 na libovolnou pozici

Desítková soustava

- umí určit počet desítek, jednotek v dvojciferném čísle
- chápe rozdíl mezi číslem a číslicí
- umí určit počet stovek, desítek a jednotek v trojciferném čísle
- umí určit počet jednotek, desítek, … v libovolném čísle

Pamětné sčítání a odčítání

- sčítá a odčítá čísla v oboru do 10
- sčítá a odčítá čísla v oboru 10 – 20 (bez přechodu přes desítku)
- sčítá a odčítá v oboru do 20 (i s přechodem přes desítku)
- sčítá a odčítá desítky
- sčítá 40 + 5, 70 + 3, odčítá 98 – 8, 56 – 6, apod.
- sčítá (odčítá) dvojciferné s jednociferným bez přechodu přes desítku
- sčítá (odčítá) dvojciferné s jednociferným s přechodem přes desítku
- sčítá a odčítá stovky

  6 + 3 = 9 tedy 600 + 300 = 900;

  8 – 4 = 4 tedy 800 – 400 = 400.
- přičítá ke stovkám čísla do sta

  400 + 58 = 458

Obrázek 1. Část mapy učebního pokroku
oblast „Přirozená čísla“ a její některé podoblasti

Metodou zjištění pozice žáka na mapě bylo jednak strukturované pozorování žáka ve výuce, jednak individuální práce pozorovatele se žákem. Zde pozorovatelé sestavili a využívali série diagnostických gradovaných úloh. Tyto úlohy sestavovali sami, pouze jsme s nimi konzultovali případné dotazy. Na základě analýzy žákovského řešení úlohy (Krpec, Barot, 2021, Dofková, Surá, 2021) a práce se žákem zaznamenali studenti-pozorovatelé pozici žáka na mapě, a to dvakrát s přibližně ročním časovým odstupem (2018/2020).

Následně pracovali pozorovatelé ve skupinách. Nejprve se sloučili pozorovatelé ze stejné školy a času (tedy pozorovatelé, kteří realizovali pozorování na stejném místě ve stejné dny, tři až pět pozorovatelů, pět škol). Měli možnost své záznamy porovnávat, diskutovat a sdílet zkušenosti z průběhu pozorování. Poté se tyto skupiny spojily ve větší tak, že v každé skupině byli pozorovatelé ze stejné školy, nikoli už ze stejného dne (šest až osm pozorovatelů, pět škol). Opět bylo možné ve skupinách záznamy výše uvedeným způsobem využít. Výjimečnou roli ve výzkumu měli zpracovatelé, v tomto případě na první úrovni. Ti nebyli pozorovateli, ale koordinovali činnost ve skupině a předávali záznamy za skupinu zpracovatelům na druhé úrovni. Tito byli pověřeni ze všech záznamů vytvořit jednotně strukturovaný celek takový, aby jej bylo možné využít v další výuce. Bližší požadavky na využití stanoveny nebyly, předpokládali jsme, že mohou být vyznačeny pozice žáků, porovnány v časovém rozestupu dvou pozorování, navržena vzdělávací trajektorie žáka, navrženy nástroje pro dosažení další úrovně, identifikována silná a slabá místa v budování konkrétních schémat, komparovány trajektorie jednotlivých žáků stejné školy i napříč školami, diskutovány příčiny shod a rozdílů apod.

5. Analýza výsledků

Všichni zpracovatelé na první úrovni zpracovali výsledky přímo do Mapy učebního pokroku u daného žáka samostatně. Jako příklad uvádíme obr. 2. Zpracovatel zde doplnil, zda žák k danému datu dosáhl požadované úrovně (průvodního jevu) v Mapě učebního pokroku.

Zaokrouhlování

- zaokrouhlí čísla do 100 na desítky ano
-
- zaokrouhlí čísla do 1000 na stovky ano
-
- zaokrouhlí čísla do 1000 na desítky ne
- zaokrouhlí čísla dom 1 000 000 na statisíce ne
- zaokrouhlí čísla do 1 000 000 na libovolnou pozici ne

Obrázek 2. Část mapy učebního pokroku – vyplněné pozorovatelem u vybraného žáka

Aby bylo možno zjišťovat žákův učební pokrok, byly následně u každého žáka úrovně k různým datům komparovány (obr. 3). Tak jsme mohli sledovat, v kolika jevech došlo u žáka k jeho učebnímu pokroku.

Zaokrouhlování

Zaokrouhlí čísla do 100 na desítky	ANO	ANO
Zaokrouhlí čísla do 1000 na stovky	NE	ANO
Zaokrouhlí čísla do 1000 na desítky	NE	ANO
Zaokrouhlí čísla do 1 000 000 na statisíce	NE	NE
Zaokrouhlí čísla do 1 000 000 na libovolnou pozici	NE	NE

Obrázek 3. Část mapy učebního pokroku – komparace ve dvou časových rovinách

ISSN 2694-8133

Takto zkomparovaná data byla za jednu školu přenesena do celkové tabulky (tab. 1). Pro každou položku mapy bylo uvedeno umístění žáka ve dvou časových okamžicích (první a druhý sloupec). Můžeme zde číst, že např. pozorovatel P-01 zaznamenal u žáka Z-01 dne 06.12.2018 u jevu zaokrouhlí čísla do 1000 na stovky „ne“, 03.03.2020 u téhož jevu „ano“.

Tabulka 1: Souhrn pozic žáků – část tabulky

pozorovatel	P-01		P-02		…
žák	Z-01		Z-02		
datum	06.12.2018	03.03.2020	09.01.2019	05.03.2020	
Přirozené číslo					
Budování pojmu					
určí počet objektů ve skupině nebo souboru (v množině)	ano	ano	ano	ano	
vytvoří skupinu nebo soubor o daném počtu objektů	ano	ano	ano	ano	
…					
Zaokrouhlování					
zaokrouhlí čísla do 100 na desítky	ano	ano	ano	ano	
zaokrouhlí čísla do 1000 na stovky	ne	ano	ano	ano	
zaokrouhlí čísla do 1000 na desítky	ne	ano	ne	ano	

Nyní následuje práce zpracovatelů druhé úrovně (sjednocují a analyzují záznamy za více škol). Tito nejprve z analýzy vyřadili žáky, u kterých se domnívali, že jejich pozorovatelé při pozorování nebo záznamu chybovali. Identifikátorem byly výrazně odlišné pozice žáka stanovené dvěma nezávislými pozorovateli v krátkém (několikadenním) časovém úseku nebo jim u žáka nebyly dodány úplné záznamy. Zpracovatelé pak pracovali s takto sníženým počtem záznamů.

ZŠ [redacted] - 4.-5. ročník

	Matyáš	Erik	Marie
PŘIROZENÉ ČÍSLO			
Budování pojmu			
Vytvoří skupinu nebo soubor o daném počtu objektů	ANO	ANO	ANO
Vytvoří skupinu nebo soubor o daném počtu objektů	ANO	ANO	ANO
Porovnávání			
Umí porovnat dvě čísla pomocí zobrazení z množiny do množiny	ANO	ANO	ANO
Umí porovnat čísla na číselné ose	ANO	ANO	ANO
Umí porovnat čísla podle číslic daného řádu	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4. Část mapy učebního pokroku pro jednu školu

Jako nejefektivnější se zpracovatelům druhé úrovně jevila tabulka, kde zpracovatel na první úrovni (sjednocoval a zpracoval záznamy za jednu školu) označil výsledky jednotlivých žáků u jednotlivých položek MUP, viz obr. 4.

Zpracovatelé porovnání vedou mezi jednotlivými školami (zde však jen blízké ročníky, tj. s nejvýše jedním rokem rozdílu mezi ročníkem, vlevo tři žáci první ZŠ, vpravo čtyři žáci druhé ZŠ), viz obr. 5.

	3. a 4. ročník základních škol						
	ZŠ [redacted]			ZŠ [redacted]			
Vytvoří skupinu nebo soubor o daném počtu objektů	ANO	NE	NE	ANO	ANO	ANO	ANO
Umí porovnat čísla na číselné ose	ANO	ANO	NE	ANO	ANO	ANO	ANO
Správně identifikuje chybějící číslo na číselné ose	ANO	NE	NE	ANO	ANO	ANO	ANO
Zaokrouhlí čísla do 1 000 000 na statisíce	ANO	NE	NE	NE	NE	NE	NE
Umí určit počet stovek, desítek a jednotek v trojciferném čísle	ANO	ANO	NE	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 5. Část mapy učebního pokroku – porovnání mezi školami

Zpracovatelé ve spolupráci s didaktiky ve vyjádření k MUP a způsobu jejího využití navrhují modifikace pro zlepšení:

1) jednotnou sérií diagnostických úloh, která by snížila subjektivní faktor pozorovatele,
2) při komparaci škol vybrat jen některé „důležité“ objekty MUP – neuvádějí konkrétně,
3) při komparaci žáků pracovat odděleně se skupinami žáků na stejné úrovni, tj. přibližně stejně disponovanými.

Potenciál využití MUP ve výuce vidí ve stanovení přehledu silných a slabých stránek žáka a možností individualizace jeho vzdělávací trajektorie. V porovnání s našimi předpoklady viz Metodologie rezignovali zejména na porovnání žákova postupu mezi prvním a druhým testováním, příčiny mohou být různé. Nemuseli tento výstup považovat za důležitý, mohli mít potíže s jeho zpracováním, příp. další.

Všichni studenti (pozorovatelé i zpracovatelé) dobře porozuměli jednotlivým bodům schématu MUP, uvědomovali si vazby mezi nimi. Věděli, co znamená, že se žák na pozici nachází. Obtížnější bylo nalézt diagnostické nástroje pro tento závěr – nástroje jednotlivých pozorovatelů byly odlišné nejen obsahem, ale i formou a vnesly do výsledků významný subjektivní prvek.

Pro další výzkum bychom tak doporučovali věnovat se diagnostickým nástrojům pro určení pozice žáka s cílem navržení jednotné sady. Dalším možným směrem výzkumu by byla detailní analýza záznamových archů, jak na úrovni pozorovatelů, tak na úrovni zpracovatelů. I zde s cílem sjednocení tak, aby bylo možné účelně pozorovat a porovnávat vzdělávací trajektorie na úrovni žáka, školy i více škol. Dále je možné mapy s trajektoriemi jednotlivých žáků předat jejich učitelům matematiky, kteří jednak mohou odladit případné chyby v mapě (indispozice žáka v době testování, použití nevhodné diagnostické úlohy, subjektivita pozorovatele, …), jednak stanovit optimální vzdělávací cíle pro diagnostikované žáky.

6. Závěr

V první fázi výzkumu jsme sestavili mapu učebního pokroku v aritmetice 1. stupně a tuto mapu použili při zjišťování úrovně a učebního postupu vybraných žáků. Sledovali jsme její využití v praxi (při praktické přípravě) u studentů učitelství 1. stupně ZŠ. Studenti tak měli možnost propojení budování schémat v aritmetice s učebním pokrokem žáka v rovině teoretické – sestavení a studium mapy učebního pokroku a v rovině praktické – při hledání diagnostických nástrojů pro stanovení umístění žáka v mapě a při návrhu úprav a doplnění mapy učebního pokroku o další jevy. Využití map učebního pokroku skýtá další možnost pro hodnocení žáka v matematice, žák nemusí být hodnocen pouze podle dosažené úrovně, ale také podle posunu v mapě učebního pokroku v určitém stanoveném časovém období. Na základě analýz a spolupráce se studenty jsme stanovili možnosti využití mapy učebního pokroku pro další výzkum.

Acknowledgements

Výzkum byl podpořen projektem Ostravské univerzity Pregraduální vzdělávání v učitelských oborech na Pedagogické fakultě Ostravské univerzity.

Literatura

Čápová, H. (2015). Cestou na kopec: co mohou v tuzemských školách změnit "mapy učebního pokroku.". *Respekt, 26*(7), 38-40.

Blažek, R. a kol. (2019) *Mezinárodní šetření PISA 2018 – Národní zpráva.* Praha: ČŠI.

Daro, P., Mosher, F. A., Corcoran, T., Barrett, J., Battista, M., Clements, D., et al. (2011). *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction* (CPRE Research Report #RR-68). Retrieved from http://www.cpre.org.

Dofková, R., Surá M. (2021). Nonstandard Math Word Problems and Analysis of the Partial Stages of Its Solution. *Problems of Education in the 21st Century, 79*(5), 716-727.

Federičová, M., Münich, D. (2015) Srovnání žákovské obliby školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření. *Pedagogická orientace, 25*(4), 557-582.

Gerrig, R., (1991). Text comprehension. *R. J. Sternberg, E. E. Smith (Eds.), The psychology of human thought.* Cambridge: Cambridge University Press, 244-245.

Hejný, M., Kuřina, F. (2009). *Dítě, škola, matematika*. Praha: Portál.

Hess, K. (2011). *Learning Progressions Frameworks Designed for Use with the Common Core State Standards in English Language Arts & Literacy K-12*. National Alternate Assessment Center at the University of Kentucky and the National Center for the Improvement of Educational Assessment, Dover, N.H.

Krejčová, V. & Kargerová, J. (2011). *Vzdělávací program Začít spolu: metodický průvodce pro I. stupeň základní školy.* 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, Step by step (Portál).

Košťálová, H. (2010). MUP neboli mapa učebního pokroku. *Kritické listy: čtvrtletník pro čtenářskou gramotnost a kritické myšlení ve školách, 2010 (40)*. Praha: Kritické myšlení.

Krpec, R., Barot, T. (2021) Analysis of Pupil's Solution of Research Charaktera in the Training of Future Teachers. *Proceedings of 8th International Multidisciplinary Scientific Conference on Social Sciences and Arts SGEM 2021*. Bulgaria: STEF92 Technology. 49-54.

Masters, G., & Forster, M. (1997) *Developmental Assessment, ACER Assessment Resource Kit*. Camberwell, AU: Australian Council for Educational Research.

Popham, J. W. (2007). The lowdown on learning progressions. *Educational Leadership, 64*(7), 83-84.

Stoilova, M. (2013). Mapy učebního pokroku a zpětná vazba. *Moderní vyučování: časopis pro nové programy v českém základním školství, 19*(11-12). Praha: Portál.

Tomášek, V. a kol. (2019) *Mezinárodní šetření TIMSS 2019 – Národní zpráva.* Praha: ČŠI.

Wilson, M. R., & Berenthal, M. W. (2005). *Systems for state science assessment.* Washington, DC: National Academy Press.

Zemanová, R., Jirotková, D. (2020). Incentivy změn v přístupu žáků k matematice na 1. stupni ZŠ. *Elementary Mathematics Education Journal, 2020, Vol.2, No.2.* Olomouc: Palacký University. http://emejournal.upol.cz/Issues/Vol2No2/Vol2No2_Zemanova-Jirotkova.pdf.

O SCHOPNOSTI BUDÚCICH UČITEĽOV PRIMÁRNEHO VZDELÁVANIA RIEŠIŤ SLOVNÉ ÚLOHY

Jakub LIPTÁK
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta (Slovenská republika)
jakub.liptak@unipo.sk

Abstrakt

Článok je zameraný na analýzu schopností budúcich učiteľov primárneho vzdelávania riešiť zloženú slovnú úlohu, ktorá podľa súčasného Štátneho vzdelávacieho programu pre primárne vzdelávanie na Slovensku korešponduje svojou náročnosťou s výkonovými štandardmi kladenými na žiakov 4. ročníka. Výsledky prieskumu poukazujú najmä na nedostatky v úrovni porozumenia participantov, avšak objavujú sa aj nekorektné, zrejme formálne osvojené matematické postupy.

Participanti boli testovaní na začiatku druhého roku vysokoškolského štúdia. Tým pádom možno závery príspevku považovať za použiteľné pre modifikáciu a skvalitňovanie vysokoškolských kurzov pre budúcich učiteľov primárneho vzdelávania.

Kľúčové slová: primárne vzdelávanie, príprava učiteľov primárneho vzdelávania, slovné úlohy

PRE-SERVICE PRIMARY SCHOOL TEACHERS' ABILITY TO SOLVE WORD PROBLEMS

Abstract

The paper deals with pre-service primary school teachers' ability to solve a multiple-steps word problem. The difficulty of the word problem corresponds with what is required from fourth graders based on the current National Educational Program in Slovakia. The results highlight the deficiency of participants mainly in understanding the problem. Further, some participants used inadequate mathematical techniques, such as a rule of three. This suggests a formal level of their mathematical knowledge.

Since the participants were tested at the beginning of the second year of their professional university-level preparation, drawn conclusions may help to improve math courses for pre-service primary school teachers.

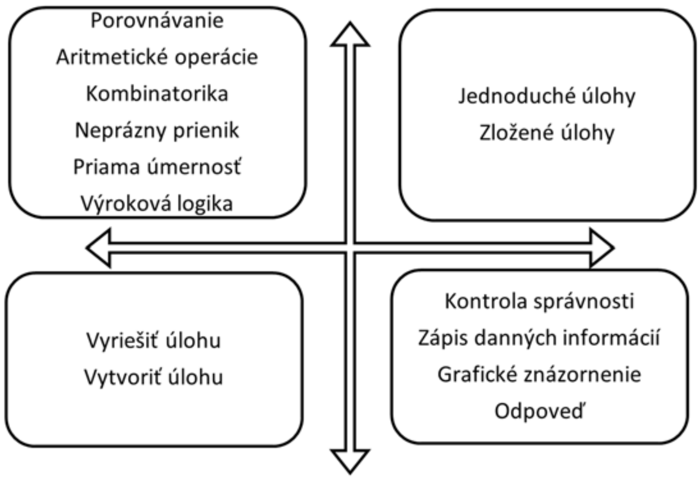
Keywords: primary education, pre-service training, word problems

1. Úvod

Slovné úlohy patria medzi najnáročnejšie činnosti, s ktorými sa žiaci stretávajú v rámci predmetu matematika (Tomková, 2012). Slovné úlohy sa od ostatných činností líšia tým, že sú formulované slovne, resp. formou textu a riešiteľa vopred neoboznamujú s metódami, ktoré by mal použiť na ich úspešné vyriešenie. Úspešné riešenie je tak podmienené schopnosťou riešiteľa abstrahovať podstatné informácie, rozumieť vzťahom medzi nimi a následne s nimi vhodne operovať. O slovných úlohách preto možno hovoriť ako o prostriedku, ktorým dochádza k rozvíjaniu schopnosti riešiť problémy, a to najmä na základe logického myslenia.

Ďalšou významnou črtou slovných úloh je to, že využívajú reálny kontext, čím taktiež zdôrazňujú rolu a význam matematiky vo svete. Aby mali slovné úlohy čo možno najväčšiu výpovednú hodnotu pre žiakov, svojim kontextom by mali byť späté so skúsenosťami žiakov. Na druhej strane, slovné úlohy môžu maj aj informačnú funkciu, a to v prípade, že žiakom približujú nové situácie, oboznamujú ich s novými konceptami, resp. rozširujú poznanie o svete vôkol nás. Stotožňujeme sa tak s Kováčikom (2006), podľa ktorého slovné úlohy podporujú rozvoj logického myslenia, majú motivačný charakter a sú zdrojom informácií z oblasti iných vedných odborov.

Na základe dôležitosti slovných úloh pre matematické vzdelávanie sa slovné úlohy využívajú už v rannom veku detí. Na základe súčasného Štátneho vzdelávacieho programu pre primárne vzdelávanie (ŠPÚ, 2014) sa žiaci primárneho vzdelávania stretávajú so slovnými úlohami vo všetkých ročníkoch. Jednotlivé slovné úlohy pritom reflektujú na aktuálne preberané matematické témy, a tým aj na aktuálnu úroveň žiakov. Typ vykonávaných činností žiakmi, náročnosť úlohy a využitie konkrétnych praktík pri riešení úlohy sú ďalšími faktormi vstupujúcimi do formátu slovnej úlohy (pozri obr. 1).



Obrázok 1. Charakteristiky slovných úloh v primárnom matematickom vzdelávaní

Nakoľko slovné úlohy zohrávajú v primárnom matematickom vzdelávaní zásadnú úlohu, učiteľ na prvom stupni základnej školy by mal byť schopný:

- riešiť slovné úlohy,
- vytvárať a modifikovať slovné úlohy,
- používať slovné úlohy ako nástroj na rozvíjanie matematickej gramotnosti žiakov,
- používať slovné úlohy ako prostriedok znázorňovania matematických konceptov,
- viesť žiakov procesom riešenia slovných úloh a poskytovať im príležitosti na objavovanie vlastných spôsobov riešenia daných úloh.

Okrem iných, aj týmito požiadavkami na učiteľa by sa mali venovať inštitúcie pripravujúce budúcich učiteľov primárneho vzdelávania.

2. Prieskum

Vo vlastnom výskume sme sa zamerali na schopnosť budúcich učiteľov predprimárneho a primárneho vzdelávania riešiť nasledujúcu zloženú slovnú úlohu, ktorá svojou náročnosťou korešponduje s výkonovými štandardmi kladenými na žiakov 4. ročníka základnej školy (ŠPÚ 2014).

Za päť rovnakých stolov sa zaplatí o 120 € viac ako za tri stoly. Koľko eur sa zaplatí za jeden stôl?

Úspešné riešenie danej úlohy je tak založené najmä na dôkladnej analýze a porozumeniu súvislosti medzi počtom stolov a cenou. Samotné porozumenie danej situácie pritom možno asociovať so schopnosťou preformulovať zadanie úlohy a vytvoriť si adekvátny mentálny obraz o situácii.

Našim predpokladom bolo, že budúci učitelia budú riešiť danú slovnú úlohu v dvoch krokoch, a to:

1. Keďže päť stolov stojí o 120 € viac ako tri stoly, 120 € je suma, ktorú je potrebné zaplatiť za dva stoly ($5 - 3 = 2$).
2. Cena jedeného stola je potom polovicou ceny dvoch stolov, teda 60 € ($120 \div 2 = 60$).

2.1. Participanti

Slovná úloha bola zadaná študentom druhého ročníka bakalárskeho študijného programu Predškolská a elementárna pedagogika, študujúcim na Prešovskej univerzite v Prešove. Daný študijný program predstavuje prvú z dvoch fáz vysokoškolskej prípravy budúcich učiteľov primárneho vzdelávania. Výskumnú vzorku tvorilo spolu 221 participantov (221 žien, 0 mužov), pričom 97 participantov riešilo túto úlohu v roku 2017 a 121 participantov riešilo túto úlohu v roku 2022.

Testovaní participanti boli vybraní na základe dostupnosti klastrovým výberom. Pri výbere neboli zohľadňované predošlé študijné výsledky participantov.

2.2. Metódy zberu a spracovania údajov

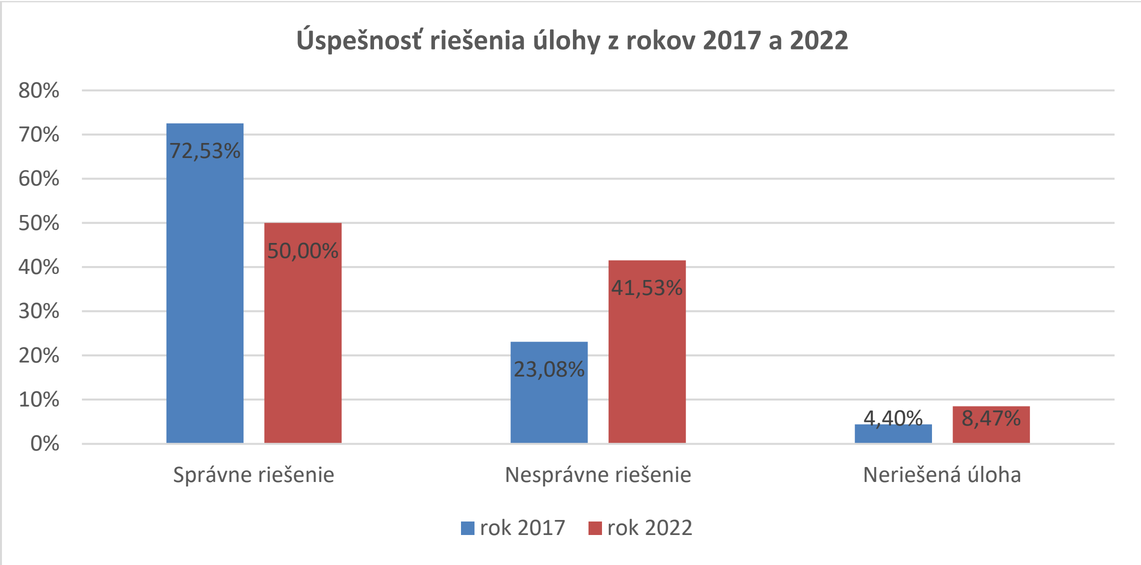
Spolu z desiatich početne homogénnych študijných skupín, ktoré boli vytvorené na základe abecedného poradia priezvisk študentov, bolo do výskumu náhodným výberom zahrnutých šesť študijných skupín v roku 2022 a päť študijných skupín v roku 2017. Každý študent obdržal test s piatimi úlohami, pričom spomínaná slovná úloha bola jednou z nich. Na vyriešenie úlohy mali študenti dostatok času, test odovzdávali až po jeho úplnom vypracovaní, resp. po vypracovaní úloh, ktoré boli schopní riešiť.

Zo súboru všetkých odovzdaných testov boli vylúčené tie výtvory (riešenia), ktoré obsahovali len číselnú odpoveď (výsledok) bez akéhokoľvek matematického zdôvodnenia. Možno totižto predpokladať, že tieto výtvory neboli autorské, ale odpísané od prísediacich participantov. Do ďalšieho spracovania tak bolo zahrnutých 118 odpovedí z roku 2022 a 91 odpovedí z roku 2017.

Po vylúčení nedostatočne zdôvodnených odpovedí boli zvyšné odpovede zadelené do troch kategórií, a to: správne riešenie, nesprávne riešenie a neriešená úloha. Za správne riešenia boli považované odpovede tých participantov, ktorí dospeli k správnemu výsledku, a to usudzujúc buď výpočtom $120 \div 2 = 60$, alebo na základe grafického znázornenia situácie a zapísania správnej ceny za jeden stôl.

2.3. Výsledky

Analýzou zozbieraných a roztriedených riešení sme dospeli k zisteniu, že v roku 2017 dokázalo úlohu správne vyriešiť 66 participantov (72,53 %), pričom v roku 2022 dokázalo rovnakú úlohu vyriešiť len 59 participantov (50 %). Detailnejšie porovnanie je vyobrazené v grafe 1.



Graf 1. Porovnanie úspešnosti participantov v rokoch 2017 a 2022

Z týchto výsledkov možno pozorovať rozdiely medzi úrovňou participantov v rokoch 2017 a 2022. Nižšia relatívna početnosť v prípade správneho riešenia a vyššia relatívna početnosť v prípade nesprávneho riešenia a neriešenej úlohy hovorí v neprospech participantov testovaných v roku 2022 v porovnaní s participantmi testovanými v roku 2017.

Na bližšie vyhodnotenie výsledkov sme sa rozhodli použiť Newmanovu analýzu chybovosti pri riešení slovných úloh (NEA – Newman's Error Analysis). Tá vychádza z predpokladu, že pri riešení úlohy musí žiak postupne prejsť tzv. prekážkami, ktorými sú: (1) čítanie, (2) porozumenie, (3) matematizácia, (4) vykonanie operácií, (5) prezentácia výsledku v súlade so zadaním úlohy (Newman, 1997, 1983).

Možno predpokladať, že všetci participanti boli schopní prečítať dané slovné zadanie úlohy. V prípade porozumenia možno dedukovať len na základe matematického zápisu úlohy.

Kvalitatívnou analýzou sme dospeli najčastejším chybám, ktorých sa dopúšťali participanti. V rámci porozumenia úlohy participanti asociovali sumu 120 € s cenou za tri alebo päť stolov. V rámci matematizácie sa vyskytli chyby v zmysle zostrojenia rovnice nekorešpondujúcej s danou situáciou, alebo nesprávny zápis daných informácií pomocou tzv. trojčlenky. V rámci správneho výpočtu študentmi zostrojených zápisov a príkladov stoja za zmienku tie, kde sa participanti pokúšali použiť metódu trojčlenky, nakoľko v niektorých prípadoch neboli schopní adekvátne aplikovať správny algoritmus. V ostatných prípadoch neboli zaznamenané nedostatky v zmysle výpočtu príkladov, resp. riešenia zostrojenej rovnice.

3. Záver

Analýza úrovne matematických znalostí je jedným z východísk pre budovanie štruktúry ďalšieho matematického vzdelávania (Mokriš & Scholtzová, 2008). Analýza riešení danej slovnej úlohy budúcimi učiteľmi predprimárneho a primárneho stupňa vzdelávania odhalila ich významné nedostatky najmä v spojení s nesprávnym porozumením zadania slovnej úlohy, ktorej riešenie nevyžaduje iné matematické nástroje, než s ktorými sú oboznámení žiaci primárneho stupňa vzdelávania. Nesprávne porozumenie, a teda následne vytvorenie nesprávneho mentálneho modelu situácie (resp. jeho absencia) patrí medzi častú príčinu neúspechu pri riešení slovných úloh (Ruppeldtová, 2006).

Výsledky poukazujú nielen na neuspokojivý stav, ale naznačujú aj klesajúci trend matematických znalostí študentov pripravujúcich sa na povolanie učiteľa predprimárneho alebo primárneho vzdelávania. Podobný nepriaznivý stav v matematických vedomostiach budúcich učiteľov primárneho vzdelávania pritom možno pozorovať aj z iných prieskumov (Mokriš, 2005; Gerová & Klenovčan, 2006; Fialová & Pokorný, 2019).

Z analýzy nesprávnych riešení vyplynuli praktické problémy, ktoré súvisia najmä s nízkou mierou porozumenia problémovej situácii a nevhodnej matematizácii situácie. Tento nepriaznivý stav možno prisúdiť faktorom ako sú znižujúce sa nároky na úroveň uchádzačov o učiteľské štúdium, prílišný formalizmus vo vyučovaní matematiky na základných a stredných školách na úkor rozvíjania analytického a logického myslenia, neadekvátna kognitívna stimulácia žiakov na školách a pod.

V zmysle nápravy tohto stavu je otázny vplyv vysokoškolského štúdia na schopnosť budúcich učiteľov riešiť problémové úlohy. Nakoľko sa nedostatky objavili práve v oblasti nedostatočného porozumenia problémovej úlohe, je na mieste uvažovať nad takým posilnením matematických kurzov v rámci vysokoškolského štúdia, aby boli študenti (budúci učitelia) častejšie stavaní do pozície riešiteľov problémových úloh. Úspešné riešenie rozličných problémových úloh za využívania rôznych riešiteľských stratégií môže následne zlepšiť schopnosť študentov riešiť problémové úlohy, a to ako následok získaných skúseností a zlepšenia kognitívnych schopností.

Slovné úlohy vo vyučovaní matematiky väčšinou popisujú situácie zjednodušene v porovnaní s bežným životom (Novotná, 2004), čo je riešiteľovi zjednodušuje proces riešenia úlohy. Na druhej strane, ak riešiteľ zohľadní ďalšie faktory, ktoré nie sú explicitne uvedené v zadaní úlohy, avšak s ktorými má riešiteľ reálnu skúsenosť, jeho riešenie nemusí korešpondovať s očakávaným správnym riešením. V kontexte uvedenej slovnej úlohy to môže spôsobiť napríklad to, že riešiteľ uvažuje o cene za stoly metódou „čím viac kúpim, tým menej zaplatím za jeden stôl“. Tým zároveň podotýkame na nedokonalosť takého testovania schopnosti riešiť slovnú úlohu, kedy nevieme s určitosťou ohodnotiť to, ako participant rozumie zadaniu úlohy. V súvislosti s touto úvahou odporúčame v budúcnosti uprednostniť spojenie riešiteľského postupu participantov so štruktúrovaným, resp. polo-štruktúrovaným rozhovorom.

Literatúra

Fialová, J., & Pokorný, M. (2019). O vstupných vedomostiach študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie z učiva matematiky na prvom stupni základnej školy. *Elementary Mathematics Education Journal*, *1*(1). http://emejournal.upol.cz/Issues/Fialova-Pokorny_EMEJ_2019.pdf.

Gerová, Ľ., & Klenovčan, P. (2006). Riešenie praktických situácií a rozvoj matematickej gramotnosti (pp. 78-83). *Matematika 2 – Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. http://oldwww.upol.cz/fileadmin/user_upload/Veda/AUPO/AUPO_Mathematica_V_Matematika_2.pdf.

Kováčik, Š. (2006). Slovné úlohy zo života vo vyučovaní matematiky (pp. 126-130). *Matematika 2 – Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. http://oldwww.upol.cz/fileadmin/user_upload/Veda/AUPO/AUPO_Mathematica_V_Matematika_2.pdf.

Mokriš, M. (2005). Matematické vedomosti a zručnosti študentov elementaristov (pp. 169-176). *Induktívne a deduktívne prístupy v matematike – Zborník príspevkov z konferencie*. Trnava: Trnavská univerzita. https://pdf.truni.sk/zbornik/smolenice/mokris.pdf.

Mokriš, M., & Scholtzová, I. (2008). Matematická gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika na začiatku profesijnej prípravy (pp. 159-164). *ACTA MATHEMATICA 11. Zborník zo VI. Nitrianskej matematikej konferencie.* Nitra: Fakulta prírodných vied UKF v Nitre.

Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 39*, 31-43.

Newman, M. A. (1983). *Strategies for diagnosis and remediation*. Harcourt Brace Jovanovich.

Novotná, J. (2004). Zpracování informací při řešení slovních úloh. Hejný, M., Novotná, J., & Stehlíková, N. (Eds.), *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky* (pp. 367-377). Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta.

Ruppeldtová, J. (2006). Interpretačná dominanta riešenia slovnej úlohy. *Matematika 2 – Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy* (pp. 212-217). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. http://oldwww.upol.cz/fileadmin/user_upload/Veda/AUPO/AUPO_Mathematica_V_Matematika_2.pdf

Štátny pedagogický ústav, 2014. *Vzdelávacie štandardy pre primárne vzdelávanie – matematika*. https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf.

Tomková, B. (2012). Formalizmus riešenia slovných úloh na neprázdny prienik. *Matematika 5 – Specifika matematické edukace v prostředí primární školy* (pp. 297-301). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci.

LICHESS JAKO NÁSTROJ PRO ROZVOJ KOMBINATORICKÉHO MYŠLENÍ

Karel PASTOR
Palacký University, Faculty of Education (Czech Republic)
karel.pastor@upol.cz

Abstrakt

Článek má za cíl přehledně seznámit s bezplatným šachovým serverem Lichess a s jeho možným využitím žáky 1. stupně. Šachy patří mezi nejpopulárnější deskové hry a lze je využít k rozvoji kombinatorického myšlení, ať už formou vlastního hraní šachových partií, jejich analýzou, řešením šachových diagramů nebo řešením matematických šachových problémů. Ukážeme si, jak je možné prostřednictvím serveru Lichess hrát šachovou partii proti počítači nebo proti jinému šachistovi. Také budeme věnovat pozornost řešení šachových diagramů.

Klíčová slova: kombinatorické myšlení, šachy, deskové hry, Lichess.

LICHESS AS A TOOL FOR THE DEVELOPMENT OF COMBINATORY THINKING

Abstract

The aim of the article is to clearly introduce the free Lichess chess server and its possible use for pupils aged 6-11. Chess is one of the most popular board games and can be used to develop combinatorial thinking, either by playing chess games, analyzing them, solving chess diagrams, or solving mathematical chess problems. We will show how it is possible to play a chess game against the computer or against another chess player via the Lichess server. We will also pay attention to solving chess diagrams.

Keywords: combinatorial thinking, chess, board games, Lichess.

1. Úvod

Rozvoj kombinatorického a logického myšlení patří k hlavním cílům vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Žákům 1. stupně základní školy mohou při rozvoji kombinatorického myšlení pomoci deskové hry, mezi nimiž mají důstojné postavení šachy.

Šachová hra má bohatou historii a odhaduje se, že pravidla šachové hry zná více než 600 milionů lidí (Wikipedia, 2022a). Šachy jsou také uznávanou sportovní disciplínou, například Český šachový svaz patří počtem svých registrovaných členů mezi 20 největších sportovních svazů v České republice (Český statistický úřad, 2019). V několika dříve publikovaných článcích v Elementary Mathematics Education Journal byla pozornost věnována matematickým šachovým problémům s ohledem na jejich využití při rozvoji kombinatorických schopností žáků 1. stupně. Obecnější pohled na matematické šachové problémy podává (Wikipedia, 2022b).

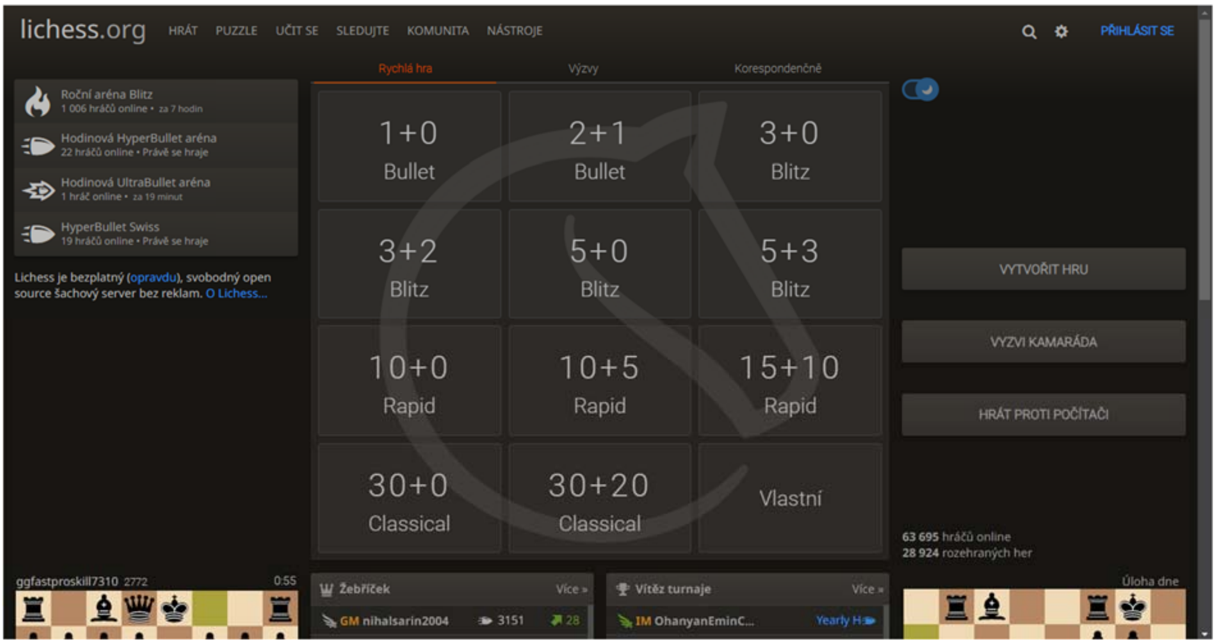
Největší motivační náboj však zřejmě představuje samotná hra. On-line přístupné šachové programy umožňují věnovat se šachové hře bez šachové soupravy i fyzické přítomnosti „živého" soupeřů, což šachová komunita (kam můžeme zařadit profesionální, výkonnostní i příležitostné hráče) ocenila zejména v době covidové. V našem článku se zaměříme na šachový server Lichess a jeho možné využití žáky 1. stupně základních škol při samotné hře nebo při řešení šachových diagramů. Pravidla šachu je možné nalézt v každé učebnici šachu, zmiňme například publikaci (Pliska, 2018), nebo na webu (Wikipedia, 2022a).

Na závěr této kapitoly poznamenejme, že podle (Šachový svaz České republiky, 2022) může výuka šachové hry kromě již zmíněného rozvoje kombinatorického a logického myšlení pomoci také při naplňování dalších cílů vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace:

- využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech – odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, orientace,
- rozvíjení paměti žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných matematických vzorců a algoritmů,
- rozvíjení abstraktního a exaktního myšlení osvojováním si a využíváním základních matematických pojmů a vztahů, k poznávání jejich charakteristických vlastností a na základě těchto vlastností k určování a zařazování pojmů,
- provádění rozboru problému a plánu řešení, odhadování výsledků, volbě správného postupu k vyřešení problému a vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k podmínkám úlohy nebo problému.

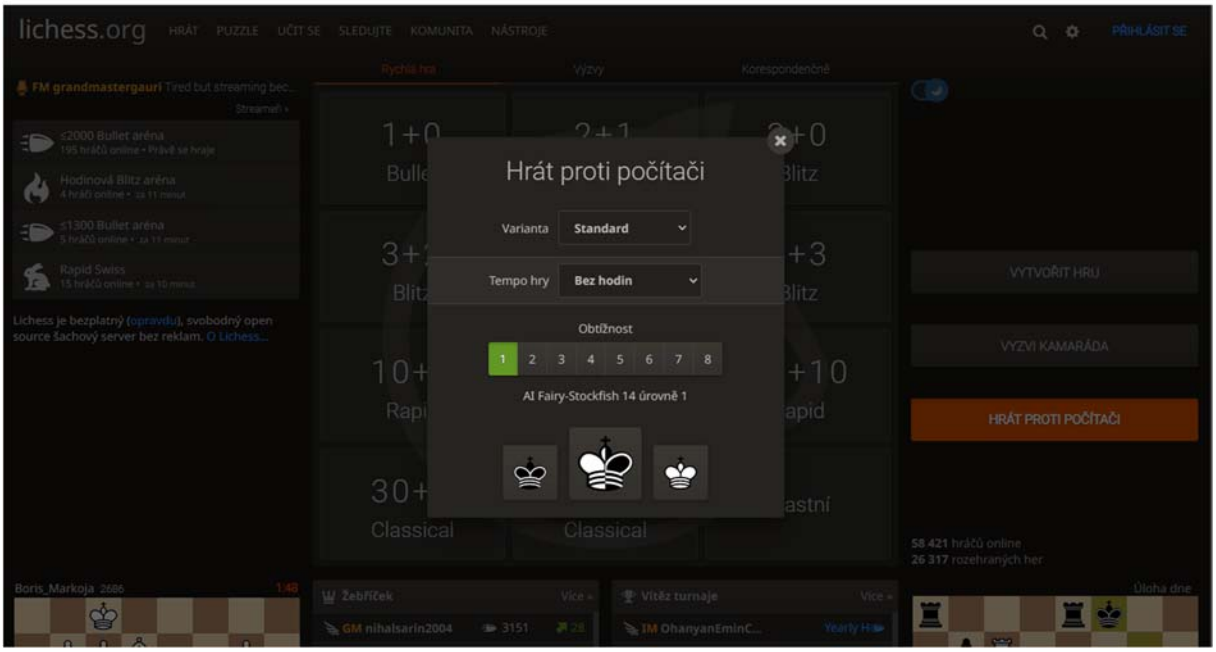
2. Hra proti počítači

Bezplatný šachový server Lichess je dostupný na webové adrese lichess.org. Na obr. 1 vidíme startující stránku šachového serveru.



Obrázek 1. Startující stránka

Pokud vpravo dole klikneme na odkaz „Hrát proti počítači", nabídne Lichess řadu možností (obr. 2).



Obrázek 2. Hra proti počítači

Varianta „Standard" znamená hraní podle obvyklých pravidel popsaných například v (Pliska, 2018). Ostatních 9 variant představují zábavné formy šachu - tak například varianta Chess960 znamená, že počítač náhodně nastaví počáteční postavení figurek na první řadě bílého a symetricky (podle vodorovné osy šachovnice) tak i u černého, ovšem s následujícími dvěma omezeními:

1. Král se nachází mezi dvěma věžemi.
2. Střelci stojí na políčkách opačné barvy.

Číslo 960 udává, že existuje 960 možných počátečních pozic v této variantě, jak se můžeme snadno přesvědčit. Pokud nepočítáme s výše uvedenými dvěma omezeními, tak se jedná o permutace s opakováním z 5 prvků, kde se první prvek (král) vyskytuje jednou, druhý prvek (dáma) vyskytuje také jednou, třetí prvek (věž) se opakuje dvakrát a stejně tak čtvrtý a pátý prvek (střelec a jezdec) se opakují dvakrát, poté platí

$$P'(1,1,2,2,2) = \frac{8!}{2!\,2!\,2!} = \frac{40320}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 5040.$$

S ohledem na první omezení číslo 5040 vynásobíme zlomkem $\frac{1}{3}$ a získaný výsledek (s ohledem na druhé omezení) pak ještě $\frac{4}{7}$, protože všech možností jak rozestavět dva střelce na 1. řadě je 28, ale jen v 16 případech se jedná o různobarevné střelce. Variantě Chess960 se také často říká Fischerovy šachy podle legendárního Bobby Fischera, mistra světa v šachu v letech 1972-1975 (Wikipedia, 2022c).

Tempo hry je možné nastavit třemi způsoby:

- *Bez hodin.*
- *Skutečný čas.* Pro každého hráče lze nastavit čas na přemýšlení v rozsahu 0-180 minut spolu s bonusem za každý provedený tah v rozsahu 0-180 sekund.
- *Korespondenčně.* Pro každého hráče lze nastavit čas na přemýšlení v rozsahu 0-14 dnů.

Dále je možné nastavit obtížnost od 1 do 8, kdy počítač bude hrát nejsilněji na úrovni obtížnosti 8 a konečně zvolit, zda chceme hrát bílými, černými nebo nechat volbu náhodnou: v tom případě klikneme na prostředního černo-bílého krále.

A nyní již můžeme hrát. Nastavíme například 10 minut na standardní partii pro každého hráče (bez časového bonusu za každý tah) a zvolíme obtížnost 4 a černou barvu figur.

Obrázek 3. Začátek partie

Na obr. 3 máme zachycenou pozici partie po 8. tahu bílého. Vpravo vidíme spotřebovaný čas obou hráčů a také zápis partie pomocí šachové notace. Také nás Lichess informuje, že bílý má momentálně o pěšce více (toho ale může černý tahem 8….Sxc5 dobrat zpátky).

Po skončení partie umožňuje Lichess partii analyzovat. Označí chyby a po každém tahu dodá ohodnocení pozice s tím, že kladné hodnocení znamená výhodu bílého a záporné hodnocení výhodu černého. Čím vyšší hodnocení (v absolutní hodnotě), tím větší je převaha. Na obrázku 4 vidíme, že Lichess po 38. tahu bílého hodnotí pozici jako +5,8, protože bílý má o jednu lehkou figuru více, přesněji má dva jezdce proti střelci, což by při správné hře mělo znamenat již rozhodující výhodu. Nicméně, bílý se v dalším průběhu hry dopustil několika nepřesností a partie dospěla po 72. tahu bílého do situace, kdy černý tahem 72….Df3+ získal dámu. Po 72. tahu bílého je pozice bílého již tak špatná, že černý může vynutit mat nejpozději 6. tahem (to už vyžaduje hlubší propočet), což dává Lichess najevo symbolem #-6.

3. Další možnosti Lichessu

Lichess je kromě vlastního hraní šachových partií s počítačem možné použít i k dalšímu rozvoji šachových dovedností a tím i k rozvoji kombinatorických dovedností. Na obr. 1 je kromě záložky Hrát také záložka Puzzle, kde je možné řešit šachové diagramy. K tomu, aby Lichess přizpůsobil úroveň šachových diagramů naší šachové vyspělosti je však již potřebná registrace, která umožňuje příslušnou personalizaci: registrovaným hráčům Lichess počítá koeficient Elo (Wikipedia, 2022d), jak pro šachové diagramy, tak pro hru. Lichess přitom Elo počítá pro partie s různým tempem hry (bleskové, rapid a klasické tempo). K registraci je zapotřebí pouze e-mailová adresa a souhlas s podmínkami Lichessu znamenající sportovní chování. Pro žáky 1. stupně může být růst Elo koeficientu velkou motivací.

Další záložka Učit se nabízí mimo jiné opakování základů šachu pro úplné začátečníky, úlohy pro pokročilé, procvičování souřadnic pro zápis šachové partie (což může představovat průpravu na učivo věnované funkcím nebo analytické geometrii.

Pro žáky 1. stupně, mezi kterými budou převažovat začátečníci a mírně pokročilí, může být zajímavá také záložka Sledujte, kde lze sledovat vybrané partie aktuálně hrané na Lichessu.

Obrázek 4. Pozice po 38. tahu bílého

Obrázek 5. Pozice po 72. tahu bílého

4. Závěr

V článku byl představen šachový server Lichess. Autor článku se domnívá, že vzhledem k tomu, že se jedná o server bez poplatků (i pro registrované uživatele) a v češtině, který má jednoduché ovládání pro hráče všech výkonnostních skupin, tak je Lichess možné doporučit pro rozvoj kombinatorických a logických schopností žáků 1. stupně ZŠ.

Literatura

Pliska, K. (2018). *Učebnice šachu pro samouky - ZAČÁTEČNÍCI s historií a pravidly hry. Variace šachu a šachové hlavolamy.* Frýdek-Místek: Nakladatelství PLISKA.

Český statistický úřad. (2019). *Statistika sportu: základní ukazatele - 2019.* https://www.czso.cz/csu/czso/statistika-sportu-zakladni-ukazatele-2019.

Šachový svaz České republiky (2022). *Přínos šachu pro děti.* https://www.chess.cz/sachy-do-skol/prinos-sachu-pro-deti/.

Wikipedia. (2022a). *Šachy*. https://cs.wikipedia.org/wiki/Šachy.

Wikipedia. (2022b). *Mathematical chess problems*. https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_chess_problem.

Wikipedia. (2022c). *Bobby Fischer*. https://cs.wikipedia.org/wiki/Bobby_Fischer.

Wikipedia. (2022d). *Elo*. https://cs.wikipedia.org/wiki/Elo.

CO VEDE BUDOUCÍ UČITELE K ROZVOJI DIGITÁLNÍ GRAMOTNOSTI A VYUŽÍVÁNÍ DIGITÁLNÍCH TECHNOLOGIÍ V HODINÁCH MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

Tomáš TALÁŠEK, Barbora ŠEBESTOVÁ
Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta (Česká republika)
tomas.talasek@upol.cz, barbora.sebestova01@upol.cz

Abstrakt

Článek zkoumá, zda zkušenosti budoucích učitelů s využíváním digitálních technologií během jejich studia na základní a střední škole pozitivně ovlivňují jejich motivaci zapojit digitální technologie do výuky matematiky a rozvíjení digitální gramotnosti žáků na prvním stupni základní školy. Bylo využito dotazníkové šetření na studentech učitelství pro 1. stupeň základní školy, které bylo následně analyzováno s využitím fuzzy set-theoretic přístupu, který umožňuje hledat v získaných odpovědích jazykově popsané vztahy.

Klíčová slova: digitální gramotnost, digitální technologie, set-theoretic přístup, fuzzy množiny

WHAT MOTIVATES THE PROSPECTIVE TEACHERS TO THE DIGITAL LITERACY DEVELOPMENT AND THE USE OF DIGITAL TECHNOLOGIES AT MATH CLASSES IN THE PRIMARY EDUCATION

Abstract

The paper examines whether the prospective teachers' experience with the use of digital technologies during their study on primary and secondary schools positively influence their motivation to actively use the digital technologies at their math classes together with the digital literacy development of their students in primary education. A questioner survey was used and analyzed using fuzzy set-theoretic approach, which enables to search for patterns in the data that can reflect verbally described relationships within the answers.

Keywords: digital literacy, digital technology, set-theoretic approach, fuzzy sets

1. Úvod

Digitální technologie jsou v současné době stále více zapojovány do výuky (nejen) matematiky na školách. Obzvláště v době pandemie COVID-19 bylo zapojení digitální technologie do výuky nezbytné a díky tomu se rozvoj digitální gramotnosti jak u žáků, tak u učitelů stal nutností. Navíc v souvislosti s reformou systému kurikulárních dokumentů počátečního vzdělávání se rozvoj digitální gramotnosti a zapojování digitálních technologií stává nutností.

V tomto článku se zaměříme na budoucí učitele na 1. stupni ZŠ a zanalyzujeme, zda jejich zkušenosti s využíváním digitálních technologií během jejich studia na ZŠ a SŠ pozitivním způsobem ovlivňuje jejich ochotu jak využívat digitální technologie při výuce, tak rozvíjet digitální gramotnost u jejich žáků.

2. Metodologie

Jako nástroj pro analýzu toho, zda zkušenost s využíváním digitálních technologií na ZŠ a SŠ kladně motivovala budoucí učitele k zapojení digitálních technologií do jejich výuky, bylo zvoleno dotazníkové šetření, které bylo následně vyhodnoceno s využitím fuzzy set-theoretic přístupu.

2.1. Dotazník použitý pro sběr dat

Dotazníkové šetření obsahovalo kromě sedmi otázek pro statistické zpracování celkem 32 uzavřených a 6 otevřených otázek. Na uzavřené otázky se odpovídalo s využitím sedmibodové rovnoměrné škály, kde levá krajní hodnota byla označena popiskem *zcela souhlasím*, prostřední hodnota představovala *neutrální postoj* a pravá krajní hodnota byla označena popiskem *zcela nesouhlasím.*

Otázky byly dále rozděleny do tří skupin, které se zaměřovaly na:

- zkušenosti s využíváním digitálních technologií během studia na ZŠ a SŠ,
- připravenost budoucího učitele pro rozvoj digitální gramotnosti, kterou získal při studiu na VŠ,
- používání digitálních technologií během výuky.

Dotazníkové šetření bylo rozesláno prezenčním i kombinovaným magisterským studentům pětiletých studijních oborů *Učitelství pro 1. stupeň základní školy* a *Učitelství pro 1. stupeň základní školy a speciální pedagogika* na Univerzitě Palackého v Olomouci.

Celkem se dotazníkového šetření účastnilo 26 respondentek, přičemž 20 z nich studovalo v prezenčním a 6 v kombinovaném studiu, muži se do šetření nezapojili. Patnáct respondentek studovalo *Učitelství pro 1. stupeň základní školy* a 11 *Učitelství pro 1. stupeň základní školy a speciální pedagogika*. Ve vzorku se objevily studentky všech ročníků v následujících počtech (od prvního po poslední ročník): 5, 6, 3, 9 a 1.

Pro potřeby analýzy, uvedené v tohoto článku, bylo vybráno celkem 19 uzavřených otázek. Z toho 11 otázek, dále značených jako $O_1, \dots, O_{11}$, z první skupiny a 8 otázek, dále označovaných jako $O_{12}, \dots, O_{19}$, ze třetí skupiny. Přehled otázek je uveden v následující kapitole.

2.2. Vybrané otázky z dotazníkového šetření

Zkušenosti studenta s využitím digitálních technologií během studia na ZŠ a SŠ.

- O_1: Umím využívat digitální technologie při vlastním studiu.
- O_2: Digitální technologie jsou pro mě nepostradatelnou pomůckou při vlastním studiu.
- O_3: Prostřednictvím digitálních technologií získávám snadno nové znalosti.
- O_4: Na základní škole, kde jsem studoval/a, bylo možné využít digitální technologie i v jiných předmětech, než je informatika (např. ve škole byly dostupné tablety nebo bylo možné využívat počítačovou místnost i v jiných předmětech apod.).
- O_5: Na základní škole, kde jsem studoval/a, jsme často využívali digitální technologie i v jiných předmětech, než je informatika.
- O_6: Na mé střední škole, kde jsem studoval/a, bylo možné využít digitální technologie i v jiných předmětech, než je informatika (např. ve škole byly dostupné tablety nebo bylo možné využívat počítačovou místnost i v jiných předmětech apod.).
- O_7: Na střední škole, kde jsem studoval/a, jsme často využívali digitální technologie i v jiných předmětech, než je informatika.
- O_8: V některých předmětech jsem využití digitálních technologií ve výuce vnímal/a jako žák/yně pozitivně (během svého studia na základní a střední škole mimo hodiny informatiky).

- O_9: V některých předmětech jsem využití digitálních technologií ve výuce vnímal/a jako žák/yně negativně (během svého studia na základní a střední škole mimo hodiny informatiky).
- O_{10}: V některých předmětech jsem díky používání digitálních technologií byl/a aktivnější (během svého studia na základní a střední škole mimo hodiny informatiky).
- O_{11}: V některých předmětech jsem díky používání digitálních technologií byl/a pasivnější (během svého studia na základní a střední škole mimo hodiny informatiky).

Používání digitálních technologií během výuky.

- O_{12}: Rozvoj digitální gramotnosti u žáků považuji za důležitý.
- O_{13}: Rozvoj digitální gramotnosti u žáků by dle mého názoru měl probíhat pouze v hodinách informatiky.
- O_{14}: Hodiny matematiky považuji za vhodné pro rozvoj digitální gramotnosti žáků.
- O_{15}: Myslím si, že rozvíjet digitální gramotnost žáků již na 1. stupni ZŠ je předčasné.
- O_{16}: Ve výuce matematiky využívám (popř. plánuji využívat) digitální technologie.
- O_{17}: Při plánování hodin matematiky se zaměřuji i na možnosti rozvoje digitální gramotnosti žáků.
- O_{18}: Digitální technologie využívám (popř. plánuji využívat) ve výuce matematiky při osvojování nového učiva.
- O_{19}: Digitální technologie využívám (popř. plánuji využívat) ve výuce matematiky při opakování a procvičování učiva.

2.3. Set-theoretic přístup

Vzhledem k tomu, že počet respondentů byl nízký, nebylo možné na data aplikovat běžná statistická šetření. Proto byl pro vyhodnocení zvolen set-theoretic přístup, respektive jeho fuzzifikovaná verze, který umožňuje potvrzovat/vyvracet pravidla a vztahy v datech. Set-theoretic přístup navrhl Ragin (1989) pro oblast politologie a následně byl rozvinut i pro humanitní vědy obecně (Ragin, 2006, Fiss 2007). Základní myšlenka lze ilustrovat na následujícím příkladu (inspirovaný příkladem publikovaným v Stoklasa, Luukka, Talášek (2017, str. 156)).

Řekněme, že si na určité skupině studentů chceme prověřit naši domněnku, že „*studenti, kteří mají dobré výsledky v matematice, mají dobré výsledky i ve fyzice*“. Pokud bychom jako U označili množinu všech sledovaných studentů $\{S_1, \dots, S_{10}\}$, jako $A \subset U$ množinu studentů, kteří jsou dobří v matematice a jako $B \subset U$ množinu studentů, kteří jsou dobří ve fyzice, naše domněnka lze poté přepsat do tvaru implikace jako $A \Rightarrow B$. Pokud je student S_i úspěšný v matematice, potom patří do množiny A a můžeme tedy tvrdit, $A(S_i) = 1$. V opačném případě student do množiny A nepatří a platí $A(S_i) = 0$. Analogické pravidlo platí pro úspěšnost ve fyzice. Tabulka 1 reprezentuje úspěšnost studentů z množiny U v matematice a fyzice. Z tabulky 1 je zřejmé, že implikace $A \Rightarrow B$ obecně neplatí, protože student S_6 je úspěšný v matematice, ale není úspěšný ve fyzice. Pokud si ovšem tabulku 1 prostudujeme pozorně tak zjistíme, že dané pravidlo platí u pěti studentů ze šesti, kteří jsou úspěšní v matematice. I když tedy implikace obecně neplatí, vypadá to, že na našem pravidle něco bude. Úspěšnost pravidla, která je v daném případě 5/6 se v terminologii set-theoretic přístupu nazýváme *konzistence* $A \Rightarrow B$ a počítá se následovně:

$$\text{Konzistence}(A \Rightarrow B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(A)},$$

kde $Card(A)$ je počet prvků množiny A. Kromě konzistence je vhodné z dat vypočítat i *pokrytí* $A \Rightarrow B$, které se počítá pomocí vzorce

$$\text{Pokrytí}(A \Rightarrow B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(B)},$$

které ukazuje sílu pravidla. V našem příkladu je $Pokrytí(A \Rightarrow B) = 5/7$ což znamená, že 5 ze 7 výskytů B lze vysvětlit pomocí A. Z výše uvedeného lze odtušit, že i když implikace neplatí vždy (v takovém ideálním případě by konzistence i pokrytí byly rovny 1), pravidlo je poměrně konzistentní a má velké pokrytí.

Tabulka 1. Úspěšnosti studentů $S_1, \dots, S_{10}$ v matematice a fyzice v ilustračním příkladu. $A(S_i)$ resp. $B(S_i)$ je rovno 1, pokud je i-tý student úspěšný v matematice, resp. fyzice.

Student	$A(S_i)$	$B(S_i)$
S_1	1	1
S_2	1	1
S_3	1	1
S_4	1	1
S_5	1	1
S_6	1	0
S_7	0	0
S_8	0	0
S_9	0	1
S_{10}	0	1

Zvolený přístup lze ovšem aplikovat pouze v případě, kdy lze pracovat s klasickými množinami. V našem dotazníku ovšem respondenti volili odpovědi ze sedmibodové škály. Abychom se vyhnuli redukci informace, použijeme modifikovanou verzi set-theoretic přístupu.

2.4. Fuzzy set-theoretic přístup

Abychom mohli zobecnit, využijeme poznatků z oblasti fuzzy množin (vysvětlení konceptu fuzzy množin by bylo nad rámec tohoto článku, laskavého čtenáře proto odkazujeme na Dubois & Prade (2000)). Základní změnou je, že A a B, reprezentující znalost matematiky a fyziky v našem ilustračním příkladu, jsou nyní fuzzy množiny, tj. $A(S_i)$ může nyní nabývat hodnoty z intervalu $\langle 0,1 \rangle$. To s sebou nese i potřebu upravit vzorce pro výpočet konzistence a pokrytí. Stoklasa et. al (2017) navrhuje rovnou dva různé způsoby. Později představili Stoklasa, Talášek & Luukka (2018) upravené vzorce, které budou použity i v tomto článku:

$$\text{Konzistence}(A \Rightarrow B) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\min(A(x_i), B(x_i)) - \min(A(x_i), B'(x_i)))}{\sum_{i=1}^{n} A(x_i)}\right),$$

$$\text{Pokrytí}(A \Rightarrow B) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{n}(\min(A(x_i), B(x_i)) - \min\,(A'(x_i), B(x_i)))}{\sum_{i=1}^{n} B(x_i)}\right).$$

2.5. Analýza dotazníkového šetření

Jak již bylo uvedeno v kapitole 2.1, pro analýzu bylo vybráno celkem 19 otázek. Tyto otázky byly rozděleny do dvou skupin. Do první skupiny patří otázky $O_1, \dots, O_{11}$, u kterých jsme se domnívali, že by mohli mít vliv na ochotu budoucích učitelů zapojovat digitální technologie do výuky. Druhá skupina otázek, $O_{12}, \dots, O_{19}$, se zaměřuje na samotné využívání digitálních technologií ve výuce.

Odpovědi na jednotlivé otázky byly prováděny na rovnoměrné sedmibodové škále, kterou jsme lineárně transformovali na interval $\langle 0{,}1\rangle$ tak, že levá krajní odpověď „zcela souhlasím" odpovídala hodnotě 1, prostřední hodnota „neutrální postoj" odpovídala hodnotě 0,5 a pravá krajní odpověď „zcela nesouhlasím" odpovídala hodnotě 0. S takto upravenými daty jsme již mohli počítat hodnoty konzistence a pokrytí pro jednotlivé implikace/pravidla. Postupovali jsme tak, že jsme počítali hodnoty $Konzistence(O_i \Rightarrow O_j)$ a $Pokrytí\big(O_i \Rightarrow O_j\big)$, kde O_i byly otázky z první skupiny a O_j byly otázky z druhé skupiny (tj. $i = 1, \dots, 11$ a $j = 12, \dots, 19$). Vypočtené hodnoty konzistencí a pokrytí implikací/pravidel jsou uvedeny v tabulkách 2 a 3. Vysoké hodnoty konzistence (alespoň 0,8) a pokrytí (alespoň 0,5) implikací/pravidel jsou zvýrazněny šedou barvou.

Tabulka 2. Přehled konzistencí pro jednotlivé kombinace, kdy odpovědi na otázky z první skupiny implikují odpovědi na otázky z druhé skupiny. Jednotlivé buňky představují hodnoty $Konzistence(O_i \Rightarrow O_j)$ pro $i = 1, \dots, 11; j = 12, \dots, 19$. Kombinace, ve kterých konzistence implikací/pravidel dosahuje hodnoty alespoň 0,8, jsou zvýrazněny.

Konzistence	O_{12}	O_{13}	O_{14}	O_{15}	O_{16}	O_{17}	O_{18}	O_{19}
O_1	0,94	0,13	0,78	0,14	0,82	0,61	0,74	0,88
O_2	0,93	0,12	0,79	0,14	0,82	0,61	0,73	0,87
O_3	0,94	0,11	0,80	0,14	0,83	0,62	0,75	0,88
O_4	0,96	0,08	0,83	0,17	0,84	0,62	0,78	0,91
O_5	0,95	0,11	0,77	0,20	0,82	0,64	0,79	0,89
O_6	0,96	0,04	0,80	0,08	0,86	0,67	0,73	0,89
O_7	0,95	0,06	0,76	0,13	0,85	0,69	0,76	0,88
O_8	0,95	0,10	0,80	0,14	0,84	0,65	0,76	0,90
O_9	0,91	0,18	0,76	0,22	0,80	0,60	0,71	0,83
O_{10}	0,96	0,07	0,83	0,11	0,87	0,68	0,76	0,90
O_{11}	0,92	0,15	0,80	0,20	0,83	0,67	0,76	0,86

Tabulka 3. Přehled pokrytí pro jednotlivé kombinace, kdy odpovědi na otázky z první skupiny implikují odpovědi na otázky z druhé skupiny. Jednotlivé buňky představují hodnoty $Pokrytí(O_i \Rightarrow O_j)$ pro $i = 1, \dots, 11; j = 12, \dots, 19$. Kombinace, ve kterých pokrytí implikací/pravidel dosahuje hodnoty alespoň 0,5, jsou zvýrazněny.

Pokrytí	O_{12}	O_{13}	O_{14}	O_{15}	O_{16}	O_{17}	O_{18}	O_{19}
O_1	0,93	0,86	0,93	0,87	0,93	0,93	0,94	0,94
O_2	0,93	0,78	0,94	0,85	0,93	0,93	0,92	0,93
O_3	0,85	0,69	0,86	0,80	0,86	0,86	0,86	0,86
O_4	0,44	0,26	0,45	0,48	0,44	0,44	0,46	0,45
O_5	0,37	0,29	0,36	0,48	0,36	0,38	0,39	0,37
O_6	0,44	0,12	0,44	0,22	0,45	0,47	0,43	0,44
O_7	0,38	0,17	0,37	0,33	0,39	0,43	0,39	0,38
O_8	0,78	0,55	0,78	0,70	0,79	0,82	0,80	0,79
O_9	0,30	0,41	0,31	0,46	0,31	0,31	0,30	0,30
O_{10}	0,65	0,33	0,68	0,48	0,68	0,71	0,66	0,66
O_{11}	0,42	0,48	0,44	0,57	0,44	0,47	0,44	0,43

Dále jsme hodnoty konzistence a pokrytí implikací/pravidel vypočítali i pro situace, kdy jsme stupně příslušnosti u odpovědí na otázky z druhé skupiny znegovali. Díky tomu můžeme sledovat, zda nějaké pravidlo neimplikuje „opak". Hodnoty jsou uvedené v tabulkách 4 a 5.

Tabulka 4. Přehled konzistencí pro jednotlivé kombinace, kdy odpovědi na otázky z první skupiny implikují znegované odpovědi na otázky z druhé skupiny. Jednotlivé buňky představují hodnoty $Konzistence(O_i \Rightarrow O_j')$ pro $i = 1, \dots, 11; j = 12, \dots, 19$. Kombinace, ve kterých konzistence implikací/pravidel dosahuje hodnoty alespoň 0,8, jsou zvýrazněny.

Pokrytí	O_{12}	O_{13}	O_{14}	O_{15}	O_{16}	O_{17}	O_{18}	O_{19}
O_1	0,06	0,87	0,22	0,86	0,18	0,39	0,26	0,12
O_2	0,07	0,88	0,21	0,86	0,18	0,39	0,27	0,13
O_3	0,06	0,89	0,20	0,86	0,17	0,38	0,25	0,12
O_4	0,04	0,92	0,17	0,83	0,16	0,38	0,22	0,09
O_5	0,05	0,89	0,23	0,80	0,18	0,36	0,21	0,11
O_6	0,04	0,96	0,20	0,92	0,14	0,33	0,27	0,11
O_7	0,05	0,94	0,24	0,87	0,15	0,31	0,24	0,12
O_8	0,05	0,90	0,20	0,86	0,16	0,35	0,24	0,10
O_9	0,09	0,82	0,24	0,78	0,20	0,40	0,29	0,17
O_{10}	0,04	0,93	0,17	0,89	0,13	0,32	0,24	0,10
O_{11}	0,08	0,85	0,20	0,80	0,17	0,33	0,24	0,14

Tabulka 5. Přehled pokrytí pro jednotlivé kombinace, kdy odpovědi na otázky z první skupiny implikují znegované odpovědi na otázky z druhé skupiny. Jednotlivé buňky představují hodnoty $Pokrytí(O_i \Rightarrow O_j')$ pro $i = 1, \dots, 11; j = 12, \dots, 19$. Kombinace, ve kterých pokrytí implikací/pravidel dosahuje hodnoty alespoň 0,5, jsou zvýrazněny.

Pokrytí	O_{12}	O_{13}	O_{14}	O_{15}	O_{16}	O_{17}	O_{18}	O_{19}
O_1	0,75	0,92	0,86	0,92	0,85	0,89	0,86	0,77
O_2	0,79	0,94	0,85	0,93	0,87	0,89	0,89	0,82
O_3	0,62	0,85	0,74	0,84	0,73	0,79	0,76	0,68
O_4	0,21	0,45	0,32	0,41	0,35	0,40	0,34	0,27
O_5	0,25	0,37	0,36	0,34	0,33	0,32	0,28	0,27
O_6	0,21	0,47	0,36	0,46	0,32	0,36	0,42	0,32
O_7	0,25	0,40	0,39	0,38	0,28	0,29	0,33	0,32
O_8	0,46	0,79	0,67	0,77	0,62	0,66	0,65	0,55
O_9	0,38	0,29	0,32	0,28	0,32	0,31	0,33	0,37
O_{10}	0,34	0,67	0,46	0,65	0,42	0,50	0,54	0,43
O_{11}	0,42	0,42	0,38	0,40	0,37	0,35	0,37	0,41

Z uvedených tabulek lze vypozorovat následující:

- Pozitivní odpovědi u všech otázek z první skupiny vedly k pozitivním odpovědím u otázek O_{12}, O_{16}, O_{19}, tj. studenti kteří se setkali s digitálními technologiemi na výuce na ZŠ a SŠ považují digitální technologie za důležité a používají je (nebo je plánují používat) ve výuce matematiky při opakování učiva. Pokud bychom se zaměřili na používání digitálních technologií při osvojování nového učiva (O_{18}), pak už je konzistence pravidel nižší (ale stále dosahuje hodnot vyšších než 0,7).
- Pokud bychom ke zjištění z předchozího bodu přidali i informace o pokrytí pravidel, vidíme, že nejvyšší hodnoty získáváme pro pravidla, která mají na levé straně otázky $O_1, O_2, O_3, O_8, O_{10}$. První tři otázky se zaměřují na to, zda student používá digitální technologie a využívá je ke vzdělávání, a zbylé dvě na to, zda student má pozitivní zkušenost s používáním digitálních technologií během studia případně byl díky

používání sám aktivnější. Naopak nižší pokrytí mají pravidla, která mají na levé straně otázky O_4, O_5, O_6, O_7, tj. otázky, které se dotazují na používání digitálních technologií na ZŠ a SŠ v hodinách informatiky i mimo ni (toto může být způsobeno tím, že ne všichni studenti se během výuky setkali s využíváním digitálních technologií).

- Vysoké konzistence dosahují i všechny pravidla, která mají na levé straně otázky z první skupiny a na pravé straně otázku O_{14}, která se ptá na to, zda jsou hodiny matematiky vhodné pro používání digitálních technologií. Ne ve všech případech je ale konzistence větší nebo rovna 0,8 (nicméně nejnižší dosažená konzistence je 0,76). Pokrytí pravidel je v tomto případě obdobné jako v předchozích případech.
- Pokud přejdeme ke konzistencím pravidel, které se zaměřují na negaci odpovědí u otázek z druhé skupiny, tj. $Konzistence(O_i \Rightarrow O_j')$, vidíme, že všechna pravidla, která mají na levé straně otázky z první skupiny a na levé straně otázky O_{13} a O_{15} vykazují vysokou konzistenci. OtázkaO_{13}se ptá na to, zda má být rozvíjení digitální gramotnosti na ZŠ prováděno pouze v hodinách informatiky a otázka O_{15} na to, zda není rozvoj digitální gramotnosti na ZŠ předčasný. Vzhledem k tomu, jak byly zvoleny bodové škály, je toto v souladu s našimi předpoklady a ukazuje se, že studenti, kteří se na ZŠ nebo SŠ setkali s digitálními technologiemi ve výuce, si nemyslí, že tato výuka není důležitá.
- Pouze pravidla, která mají na pravé straně otázku O_{17} nedosahují tak vysoké konzistence jako v ostatních případech. Otázka se zaměřuje na to, zda se studenti při plánování výuky zaměřují i na rozvoj digitální gramotnosti.

Z analýzy tedy plyne, že náš předpoklad, že studenti, kteří se během svého studia na ZŠ a SŠ setkali s digitálními technologiemi, mají k těmto technologiím a k jejich zapojení do výuky pozitivní vztah. Za zamyšlení by stála trochu větší podpora nejen samotného používání digitálních technologií, ale i zaměření na rozvoj digitální gramotnosti při práci s digitálními technologiemi.

3. Závěr

V článku jsme se zaměřili na využívání digitálních technologií ve výuce z pohledu budoucích učitelů matematiky na 1. stupni ZŠ spolu s rozvíjením digitální gramotnosti. Cílem bylo ověřit, zda ti budoucí učitelé, kteří se během svého studia na základní nebo střední škole setkali s digitálními technologiemi, jsou pozitivně motivování využívat tyto technologie při své výuce (spolu s rozvojem digitální gramotnosti u studentů). Bylo tedy provedeno dotazníkové šetření, ze kterého byly vybrány některé otázky, které nám s využitím fuzzy set-theoretic přístupu umožnilo potvrdit naši domněnku.

Acknowledgements

Článek byl připraven v rámci realizace projektu *Digitální gramotnost ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ* (IGA_PdF_2022_005).

Literatura

Dubois, D. & Prade, H. (2000), *Fundamentals of Fuzzy Sets*, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

Fiss, P. C. (2007). A Set-Theoretical Approach to Organizational Configurations. Academy of Management Review 32, 1180–1198.

Ragin, C. C. (1989). *The comparative method: Moving beyond qualitative and quantitative strategies*. Berkeley, Los Angeles, London: University of California Press.

Ragin, C. C. (2006). Set relations in social research: Evaluating their consistency and coverage. Political Analysis, 14, 291–310.

Stoklasa, J., Talášek, T., & Luukka, P. (2018). On consistency and coverage measures in the fuzzified set-theoretic approach for social sciences: dealing with ambivalent evidence in the data. *Proceedings of the 36th International Conference on Mathematical Methods in Economics* (pp. 521–526). Jindřichův Hradec: MatfyzPress.

Stoklasa, J., Luukka, P., & Talášek, T. (2017). Set-theoretic methodology using fuzzy sets in rule extraction and validation - consistency and coverage revisited. *Information Sciences*, 412–413, 154–173.

MATEMATICKÁ GRAMOTNOST V KONTEXTU NOVÉHO POJETÍ INFORMATIKY

Jan WOSSALA, Pavlína SEIDLOVÁ
Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta (Česká republika)
jan.wossala@upol.cz, pavlina.seidlova01@upol.cz

Abstrakt

Současná společnost vyžaduje dostatečnou úroveň digitálních kompetencí. Ať už se jedná o znalosti a dovednosti v oblasti kybernetické bezpečnosti, účelného využívání digitálních technologií, schopnost algoritmizace a automatizace, či jakékoliv jiné oblasti, většina z nich má jedno společné – propojení s matematikou. Jak uvádí Hašek (2020), digitální technologie byly obrazně řečeno matematikou stvořeny, zároveň však mohou matematiku i tvořit. Digitální technologie umožňují nejen numerické výpočty, ale modelování matematických jevů, experimentování, objevování nových poznatků, prezentaci a sdílení matematického obsahu.

Současná revize RVP se zvýšeným důrazem na digitální kompetence tento fakt ještě více podtrhuje. Velké množství úloh řešené v rámci tzv. nové informatiky je matematicky zaměřeno a jen dokazuje mezipředmětovou provázanost těchto dvou oblastí. Příkladem může být např. práce s daty, závislosti a funkční vztahy, algoritmizace, teorie grafů apod. Tento článek prezentuje několik příkladů dobré praxe tohoto propojení matematiky a informatiky.

Klíčová slova: informatika, matematika, digitální kompetence, algoritmizace

MATHEMATICAL LITERACY IN THE CONTEXT OF THE NEW CONCEPT OF INFORMATICS

Abstract

Today's society requires a sufficient level of digital competence. Whether it is knowledge and skills in cyber security, the effective use of digital technologies, the ability to algorithmize and automate, or any other area, most of them have one thing in common - the connection with mathematics. As Hašek (2020) states, digital technologies were figuratively speaking created by mathematics, but they can also create mathematics. Digital technologies enable not only numerical calculations, but also modelling of mathematical phenomena, experimentation, discovery of new knowledge, presentation and sharing of mathematical content.

The current revision of the curriculum, with its increased emphasis on digital competences, underlines this fact even more. Many tasks solved in the so-called new computer science are mathematically oriented and only demonstrate the interconnectedness of the two subject areas. Examples include data handling, dependencies, and functional relationships, algorithmizing, graph theory, etc. This paper presents several examples of good practice of this interconnection between mathematics and computer science.

Keywords: Informatics, Mathematics, Digital competence, Algorithmizing

1. Úvod

Současná společnost vyžaduje dostatečnou úroveň digitálních kompetencí ať pro profesní a soukromé využití, tak i pro zachování dostatečné úrovně bezpečí našich osobních dat, financí atd. Nedávné období ovlivněné pandemií COVID-19 ukázalo, jak moc mohou digitální technologie pomoci pro zachování základního fungování školství, firem či úřadů i za takto výjimečných a extrémních situací. Digitální technologie umožnily nejen realizovat online výuku včetně examinace, umožnily pracovat lidem z domu, účastnit se všech důležitých a zásadních porad, ale taktéž nám umožnila spojení s našimi nejbližšími ve chvílích, kdy nás oddělovaly tzv. lockdowny.

Současně ale digitální technologie ukazují svou stinnou stránku v podobě neustálých a opakovaných útoků na naše osobní a citlivá data či na naše bankovní účty. Dnes a denně jsme vystaveni obrovskému množství dezinformací a nepodložených zpráv, které mají za úkol manipulovat s myšlením každého z nás. Hackeři útočí na kritickou infrastrukturu včetně nemocnic. Všechny tyto aspekty, ať už pozitivní či negativní, nás nutí být ve střehu a umět využívat všechny tyto technologie bezpečně a účelně.

Proto je oblast informatiky jednou z těch, která vyžaduje neustálou aktualizaci v kontextu všech aktuálních trendů i rizik. Velké aktualizace se dočkala i v rámci rámcového vzdělávacího programu základního vzdělávání.

2. Nové pojetí informatiky na 1. stupni ZŠ

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání platný od 1. 9. 2021 vymezuje nové pojetí výuky informatiky na 1. i 2. stupni ZŠ. V tomto textu jsou prezentovány změny vztahující se pouze k 1. stupni základních škol.

2.1. Informační a komunikační technologie v RVP ZV

Původní pojetí informatiky si kladlo za cíl *„získat elementární dovednosti v ovládání výpočetní techniky a moderních informačních technologií, orientovat se ve světě informací, tvořivě pracovat s informacemi a využívat je při dalším vzdělávání i v praktickém životě“* (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2021).

Podíváme-li se na konkrétní učivo, zaměřoval se předmět informační a komunikační technologie následujícími oblastmi:

- *„základní pojmy informační činnosti – informace, informační zdroje, informační instituce*
- *struktura, funkce a popis počítače a přídavných zařízení*
- *operační systémy a jejich základní funkce*
- *seznámení s formáty souborů (doc, gif)*
- *multimediální využití počítače*
- *jednoduchá údržba počítače, postupy při běžných problémech s hardwarem a softwarem*
- *zásady bezpečnosti práce a prevence zdravotních rizik spojených s dlouhodobým využíváním výpočetní techniky*
- *společenský tok informací (vznik, přenos, transformace, zpracování, distribuce informací)*
- *základní způsoby komunikace (e-mail, chat, telefonování)*
- *metody a nástroje vyhledávání informací*
- *formulace požadavku při vyhledávání na internetu, vyhledávací atributy*
- *základní funkce textového a grafického editoru.“* (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2021)

Jak je tedy vidět, učivem byla hlavně základní práce s hardwarem a softwarem, zejména s textovým a grafickým editorem a internetovým prohlížečem. Využívání digitálních technologií v současné době však přináší jak více možností využití, tak současně i výrazně větší množství nástrah, které bylo třeba reflektovat i v rámci vzdělávání.

2.2. Informatika v RVP ZV

Nové pojetí výuky informatiky již zahrnuje mnoho nových oblastí, které pomáhají k rozvoji tzv. informatického myšlení. Co to vlastně informatické myšlení je? Jedná se o způsob myšlení, který se zaměřuje na popis problému, jeho analýzu a hledání efektivních řešení. V rámci informatického myšlení by měl člověk zvládat např. systematicky posoudit různá řešení, vybrat to nejvhodnější pro konkrétní situaci, rozdělit problém na několik menších, které jsou snáze řešitelné, plánovat a řídit činnosti, vytvářet a popisovat postupy, které spolehlivě vedou k nějakému cíli a bude je schopen podle toho popisu vykonávat i někdo jiný, vybírat důležité aspekty problému a nedůležité zanedbat, uspořádat soubory dat a používat jazyky, kterými se dorozumíme s počítači, roboty a umělou inteligencí.

V běžném životě se projevuje informatické myšlení tak, že se snažíme odhalovat rutinní postupy a následně je optimalizovat, aby nezabíraly tolik času, případně co nejvíce automatizovat. Velmi triviálním příkladem informatického myšlení může být např. i to, že při nákupu v supermarketu si nákupní seznam setřídíme podle toho, jak je uspořádáno zboží v prodejně. Lze pak nakoupit na jediný průchod bez těkání očima po seznamu. (Informatické myšlení, 2018). Je tedy zřejmé že, informatické myšlení a nové pojetí informatiky, by nám celkově mělo pomoci optimalizovat běžné činnosti, náš pracovní výkon a lépe porozumět fungování digitálních technologií. Nejde tedy již o pouhé uživatelské ovládání nějakého vybraného hardwaru či softwaru. Tomu odpovídá i členění vzdělávací oblasti informatika v RVP ZV.

Vzdělávací oblast je rozdělena do čtyř základních oblastí:

- data, informace a modelování
- algoritmizace a programování
- informační systémy
- digitální technologie

Tyto jednotlivé oblasti pak zahrnují následující učivo.

Data, informace a modelování:

- *data, informace: sběr (pozorování, jednoduchý dotazník, průzkum) a záznam dat s využitím textu, čísla, barvy, tvaru, obrazu a zvuku; hodnocení získaných dat, vyvozování závěrů*
- *kódování a přenos dat: využití značek, piktogramů, symbolů a kódů pro záznam, sdílení, přenos a ochranu informace*
- *modelování: model jako zjednodušené znázornění skutečnosti; využití obrazových modelů (myšlenkové a pojmové mapy, schémata, tabulky, diagramy) ke zkoumání, porovnávání a vysvětlování jevů kolem žáka*

Algoritmizace a programování:

- *řešení problému krokováním: postup, jeho jednotlivé kroky, vstupy, výstupy a různé formy zápisu pomocí obrázků, značek, symbolů či textu; příklady situací využívajících opakovaně použitelné postupy; přečtení, porozumění a úprava kroků v postupu, algoritmu; sestavení funkčního postupu řešícího konkrétní jednoduchou situaci*

- *programování: experimentování a objevování v blokově orientovaném programovacím prostředí; události, sekvence, opakování, podprogramy; sestavení programu*
- *kontrola řešení: porovnání postupu s jiným a diskuse o nich; ověřování funkčnosti programu a jeho částí opakovaným spuštěním; nalezení chyby a oprava kódu; nahrazení opakujícího se vzoru cyklem*

Informační systémy
- *systémy: skupiny objektů a vztahy mezi nimi, vzájemné působení; příklady systémů z přírody, školy a blízkého okolí žáka; části systému a vztahy mezi nimi*
- *práce se strukturovanými daty: shodné a odlišné vlastnosti objektů; řazení prvků do řad, číslovaný a nečíslovaný seznam, víceúrovňový seznam; tabulka a její struktura; záznam, doplnění a úprava záznamu*

Digitální technologie
- *hardware a software: digitální zařízení a jejich účel; prvky v uživatelském rozhraní; spouštění, přepínání a ovládání aplikací; uložení dat, otevírání souborů*
- *počítačové sítě: propojení technologií, (bez)drátové připojení; internet, práce ve sdíleném prostředí, sdílení dat*
- *bezpečnost: pravidla bezpečné práce s digitálním zařízením; uživatelské účty, hesla* (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2021)

Kromě navýšení hodinové dotace je tedy zřejmé i prohloubení důrazu na aktivní a bezpečné využívání digitálních technologií. Je zde však také znát výrazné propojení s oblastmi matematiky. Ať už je to práce s modely a daty, tak i v kontextu algoritmizace a programování.

Propojení matematiky a informatiky však není žádnou novinkou. Jak uvádí Hašek (2020), digitální technologie byly obrazně řečeno matematikou stvořeny, zároveň však mohou matematiku i tvořit. Digitální technologie umožňují nejen numerické výpočty, ale modelování matematických jevů, experimentování, objevování nových poznatků, prezentaci a sdílení matematického obsahu.

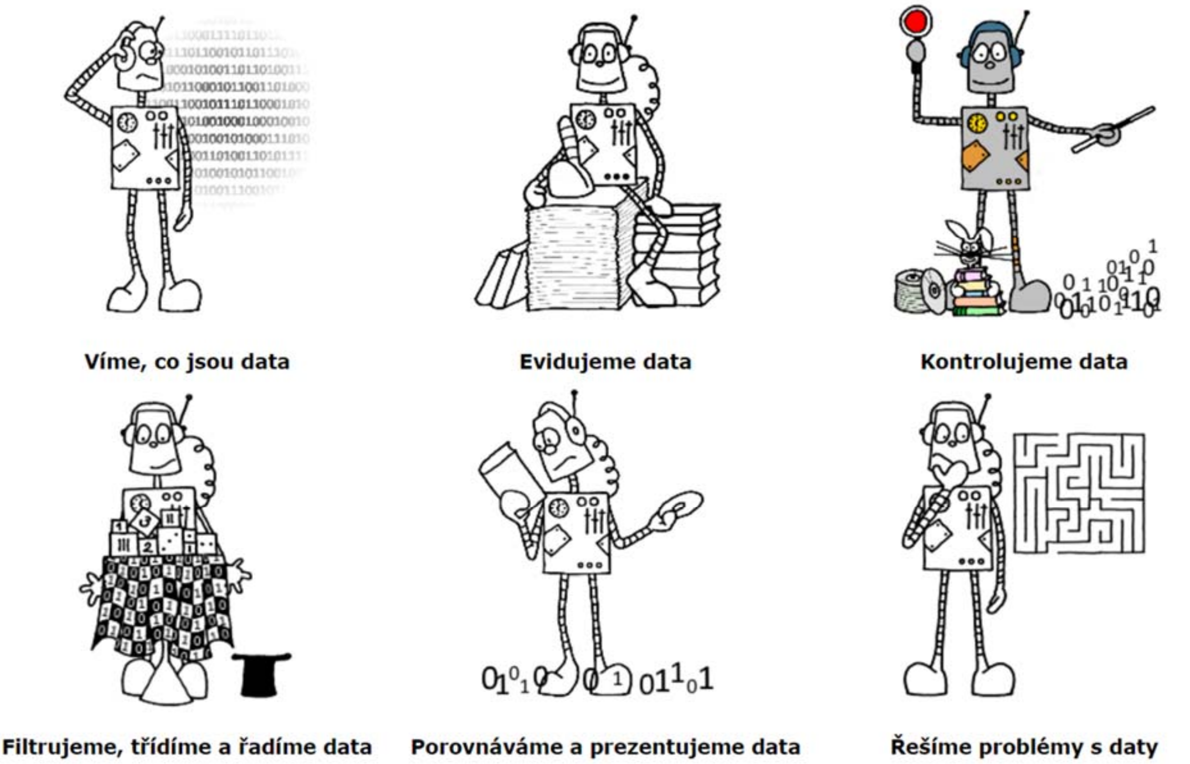
Následuje několik příkladů úloh, které kromě digitální gramotnosti rozvíjí i matematickou gramotnost.

2.3. Příklady aktivit rozvíjející matematickou gramotnost

K novému pojetí informatiky lze samozřejmě najít už poměrně dost podkladů, ať už v podobě materiálů v digitální podobě, tak samozřejmě v nabízených školení různých společností.

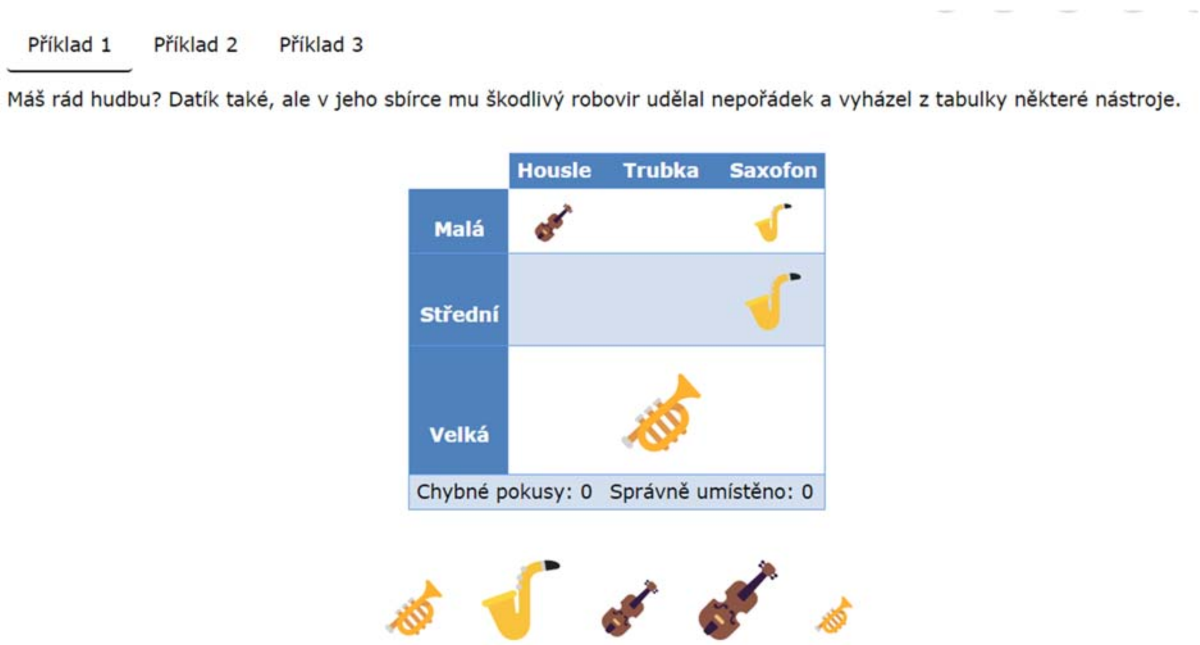
Jedním z průvodních a hojně využívaných je portál Informatické myšlení, dostupný na adrese imyšlení.cz, kde lze najít celé spektrum aktivit, interaktivních úloh a materiálů pro podporu zavádění nového pojetí informatiky do pedagogické praxe. Právě některé z nich budou prezentovány v této kapitole.

Jako první budou prezentovány některé úlohy z kategorie práce s daty. Celým tímto interaktivních materiálem provází robot Datík, který řeší úlohy běžného života. Celá oblast je rozdělena na subkapitoly věnující se evidenci, kontrole, třídění či porovnávání dat. Toto rozdělení je na obr. 1.

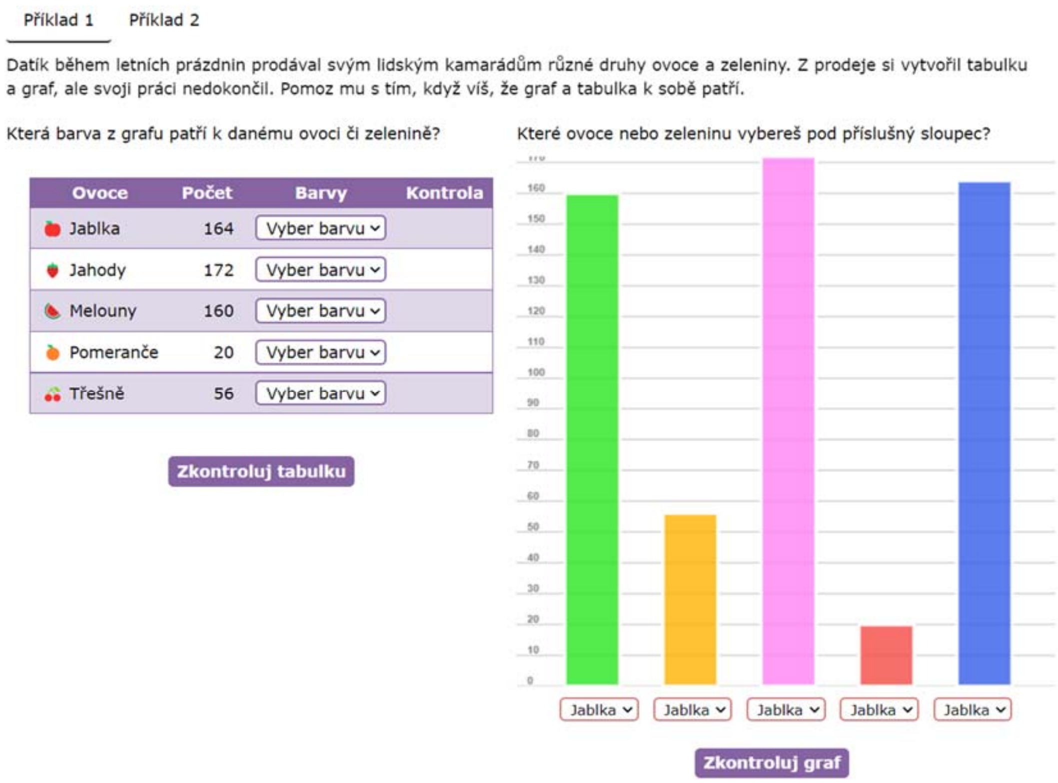


Obrázek 1. Prostředí materiálu pro oblast práce s daty (zdroj: imyšlení.cz)

Každá z oblastí má možnost filtrování položek pro 1. a 2. stupeň ZŠ. Následují dva příklady aktivit pro 1. stupeň ZŠ na obr. 2 a 3.



Obrázek 2. Práce s daty – úloha „hudební nástroje“ (zdroj: imyšlení.cz)



Obrázek 3. Práce s daty – úloha „ovoce a zelenina“ (zdroj: imyšlení.cz)

Jak je vidět, obě úlohy se zaměřují na práci s daty v tabulce a grafu. Kromě porozumění dat v tabulce, jejich správné umístění apod., rozvíjí taktéž dovednosti propojení dat v tabulce s odpovídajícími daty zobrazených grafem.

Zajímavé jsou taktéž následující dvě úlohy (obr. 4 a 5), které jsou sice primárně určeny pro žáky 2. stupně ZŠ, ale s drobnými úpravami či dopomocí by mohly být využitelné i na 1. stupni ZŠ. Jedná se o úlohy zaměřené na sportovní výsledky nějakého turnaje a propojení dat mezi dvěma tabulkami, kdy je úkolem podle dat v anonymizované první tabulce přiřadit závadu k robotovi z druhé tabulky.

Obrázek 4. Práce s daty – úloha „doplňujeme sportovní tabulku“ (zdroj: imyšlení.cz)

Záznamy poruch robotů jsou údaje, které se v Datíkově světě nesmí zveřejňovat všem. Pro vědecké účely jsou pak používané anonymizované údaje (**Tabulka 1** - vlevo).
Z jiné tabulky (**Tabulka 2** - vpravo) získané z evidence robotů můžeme získat název robota odpovídající konkrétní závadě.

Posunutím zvol obtížnost: **body:**

nízká střední vysoká

Tabulka 1

Číslo sestavení	Druh	Datum vyrobení	Závada
12788	HUMANOID	15. 1. 2021	Nefunkční Hard Disk
30738	DROID	25. 11. 2022	Teče olej
26753	HUMANOID	16. 5. 2019	Prasklá hřídel
13921	HUMANOID	27. 1. 2020	Nefunkční Hard Disk
29523	DROID	1. 9. 2022	Rez
15517	DROID	11. 12. 2016	Rez

Tabulka 2

Druh	Číslo sestavení	Datum vyrobení	Název
HUMANOID	41126	27. 1. 2020	IG-86
HUMANOID	13921	27. 1. 2020	Calculon
DROID	39796	27. 1. 2020	BB8
HUMANOID	30083	27. 1. 2020	QWERTY
DROID	13026	27. 1. 2020	Bender
HUMANOID	15365	27. 1. 2020	R2D2

Který z robotů z pravé tabulky má tuto závadu: Nefunkční Hard Disk?
- IG-86
- Calculon
- QWERTY
- BB8

Obrázek 5. Práce s daty – úloha „poruchy robotů“ (zdroj: imyšlení.cz)

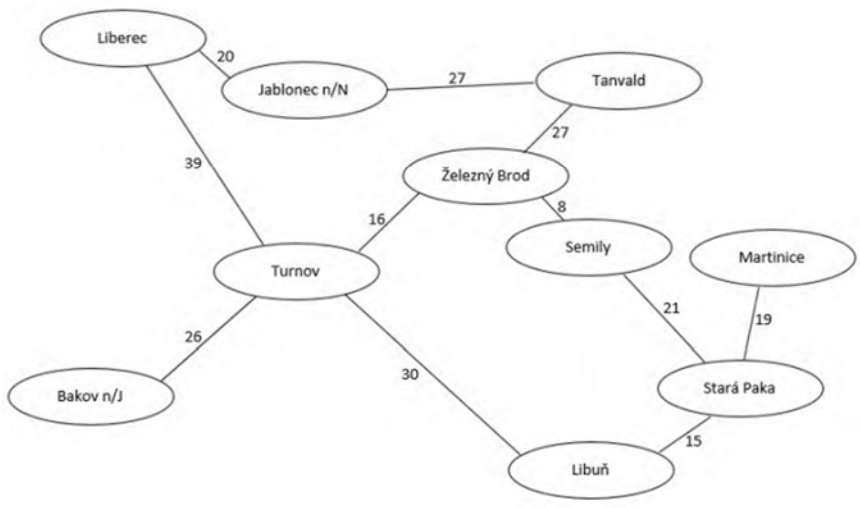
Kromě dříve uvedených oblastí vede např. úloha na obr. 4 k úvaze žáků, proč hlavní diagonála v tabulce neobsahuje skóre a je „vykřížkovaná“. Navíc rozvíjí i širší spektrum mezipředmětových vztahů v podobě vlajek, názvů a zkratek názvů jednotlivých zemí. Žáci si mají možnost i uvědomit, proč se někdy v tabulkách hodí využívat místo plných názvů zkrácené názvy, případně identifikace pomocí jiných symbolů (např. zde uvedené vlajky).

Některé další typy úloh se zaměřují na hledání tras dle zadání (např. nejkratší trasa z jednoho města do druhého, kdy je vytvořeno schéma zobrazující vzdálenost či potřebný čas na přesuny mezi jednotlivými uzly). Jedna takováto úloha je na obr. 6.

Aktivita

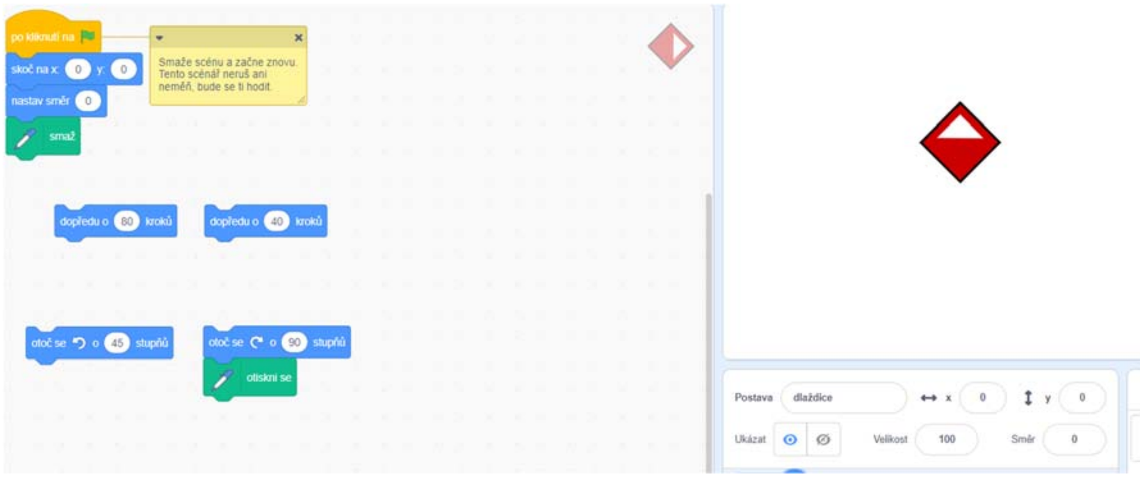
Na následujícím obrázku najdete část železniční sítě s údajem, jak dlouho obvykle vlak na dané trati jede. Najdi nejrychlejší spojení z Tanvaldu do Libuně,

a) **když nepočítáme čas na přestupy,**
b) **když na přestup v každé stanici počítáme 5 minut.**

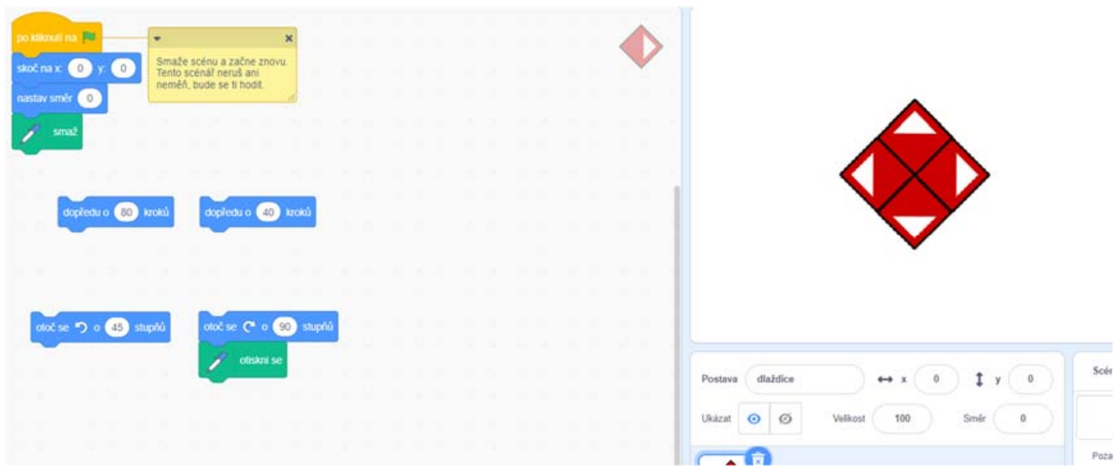


Obrázek 6. Úloha z kapitoly „grafové modely“ (zdroj: imyšlení.cz)

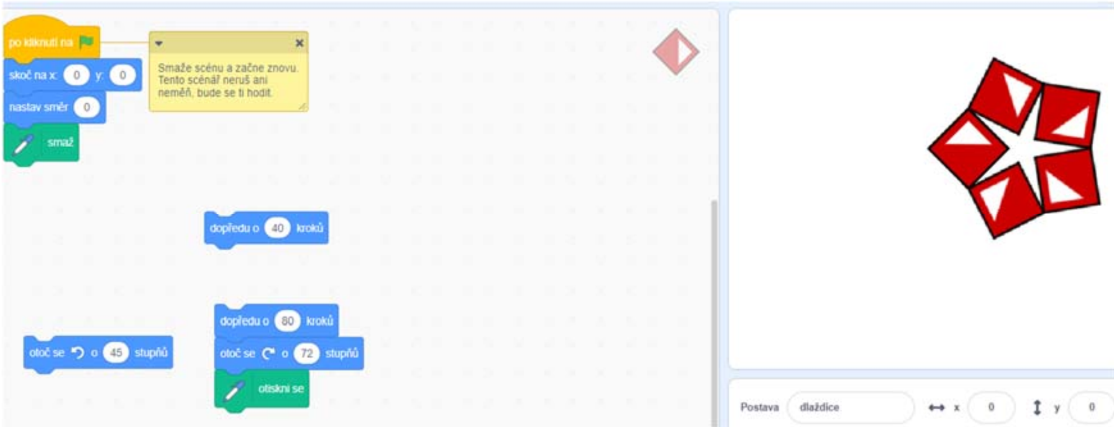
Nezaostává samozřejmě ani oblast algoritmizace a programování. V této oblasti je nejvíce prosazováno vytváření programů v programovacím jazyce Scratch. Jedná se o vizuální programovací jazyk, který umožňuje programování manipulací s grafickými programovými elementy. Někdy bývá označován jako „blokový“ programovací jazyk. Je dostupný na webu https://scratch.mit.edu/ a je zdarma. Portál imyšlení.cz opět nabízí celou paletu úloh a předpřipravených projektů, kdy mnoho z nich má opět mezipředmětový přesah do matematiky. Jedním z takových přesahů je hned v úvodních úlohách pro žáky 1. stupně ZŠ, kdy je jejich úkolem trénovat příkazy „dopředu o … kroků“, „otoč se doprava o … stupňů“ a „otiskni se“. S vhodně zvoleným obrázkem pro otisk lze procvičovat témata věnující se pojmům posunutí, rotace, úhel atd. Na obr. 7, 8 a 9 následují ukázky základního cvičení v prostředí Scratch.



Obrázek 7. Úloha na procvičení základních příkazů v prostředí Scratch (zdroj: imyšlení.cz)



Obrázek 8. Ukázka možného řešení úlohy s využitím základních příkazů v prostředí Scratch (zdroj: imyšlení.cz)



Obrázek 9. Ukázka dalšího řešení úlohy s využitím základních příkazů v prostředí Scratch (zdroj: imyšlení.cz)

3. Závěr

V tomto příspěvku jsme prezentovali několik ukázek úloh, které kromě digitálních kompetencí rozvíjí i matematickou gramotnost. Podíváme-li se zpětně na definici matematické gramotnosti od České školní inspekce (2016), která podle nich spočívá v:

- potřebě jedince opakovaně zažívat radost z úspěšně vyřešené úlohy, pochopení nového pojmu, vztahu, argumentu nebo situace a v důvěře ve vlastní schopnosti,
- porozumění různým typům matematického textu (symbolický, slovní, obrázek, graf, tabulka) a v aktivním používání či dotváření různých matematických jazyků,
- schopnosti získávat a třídit zkušenosti pomocí vlastní manipulativní a spekulativní (badatelské) činnosti,

vidíme, že velké množství úloh z nového pojetí informatiky koresponduje s velkou částí této definice. Vzorové úlohy, vytvořené pro využití na základních školách, rozvíjí mimo jiné práci s daty v tabulkách, práci s různými typy grafů (od sloupcových či výsečových, až po uzlové grafy v modelech), algoritmizaci, prostorovou představivost v podobě úloh na posunutí či rotace rovinných útvarů, a mnoho dalších kompetencí.

Rozvoj matematické gramotnosti v některých úlohách nového pojetí informatiky potvrdili i respondenti nedávného výzkumu, kteří byli dotazováni na tuto oblast na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci. Ti vnímali vyšší úroveň propojení informatiky a matematiky pozitivně, což je poměrně důležité zjištění, protože se jednalo o budoucí učitele na základních školách. (Wossala, Dofková, Seidlová, 2022) Podpora mezipředmětových vztahů a rozvoje širokého spektra kompetencí je tedy žádoucí směr ve vzdělávání.

Acknowledgements

Článek byl připraven v rámci realizace projektu *Digitální gramotnost ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ* (IGA_PdF_2022_005).

Literatura

Česká školní inspekce. (2016) *Tematická zpráva: Rozvoj čtenářské, matematické a sociální gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2015/2016.* https://www.csicr.cz//html/Priloha_VZCSI2015_2016/resources/_pdfs_/TZ_CSI_2016_web_425.pdf.

HAŠEK, R. (2020). Možnosti rozvoje digitální gramotnosti v oboru Matematika. *Podpora rozvoje digitální gramotnosti*. https://digigram.cz/rozvoj-digitalni-gramotnosti_matematika/.

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. (2018). *Informatické myšlení*. https://imysleni.cz.

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2021/07/RVP-ZV-2021-zmeny.pdf.

Wossala, J., Dofková, R., & Seidlová, P. (2022). Development of mathematical literacy in the tasks of the new concept of informatics from the perspective of future teachers. *EDULEARN22 Proceedings* (pp. 4125–4131). Valencia: IATED Academy.

ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION JOURNAL

Editorial Office: Palacký University Olomouc
Faculty of Education
Department of Mathematics

Address: Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, Czech Republic

Phone: +420 58 563 5709

E-mail: emej@upol.cz

Electronic edition: http://emejournal.upol.cz/issues

2022

Vol. 4, No. 2

ISSN 2694-8133